

# Обзор подходов к определению угла прохождения электромагнитной волны через границу воздух-диэлектрик с потерями

В. М. Гусаков<sup>1</sup>, В. М. Москалёв<sup>2</sup>, В.И. Невзоров  
Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского  
<sup>1</sup>stirlitz325@gmail.com, <sup>2</sup>victorius1@bmail.ru

**Аннотация.** The article considers two methods for calculating the angle of transmission of an electromagnetic wave at the air-insulator interface with losses. The results of calculating the reflection coefficient from the angle of incidence are presented. Calculations show that the difference in the interpretation of the transmission angle can lead to a discrepancy in the reflective characteristics at large angles of incidence of the electromagnetic wave.

**Ключевые слова:** lossy dielectric; Brewster Angle; reflection

## I. ВВЕДЕНИЕ

Прохождение электромагнитных волн через границу раздела двух сред определяет содержание традиционно первоначальной задачи в изучении распространения радиоволн в неоднородной среде. Теория вопроса исчерпывающе подробно и достаточно хорошо изучена. Внимания могут потребовать только отдельные детали, возникающие в ходе практических расчетов и обучения. Статья посвящена рассмотрению частного случая прохождения электромагнитной волны на границе воздух-диэлектрик с потерями, когда разные подходы (рассмотрены два) к определению угла прохождения электромагнитной волны могут привести к расхождению конечных результатов.

## II. СПОСОБЫ ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССА ПРОХОЖДЕНИЯ ВОЛНЫ ЧЕРЕЗ ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД

Прохождение электромагнитной волны через границу раздела двух сред, не имеющих потери, подчиняется, как известно, закону Снеллиуса [1]. На практике во многих случаях потерями действительно можно пренебречь. Как следствие, коэффициент отражения при нормальном падении волны из верхнего полупространства на нижнее определяется через волновые сопротивления сред:

$$R = (Z_{0н} - Z_{0в}) / (Z_{0н} + Z_{0в}),$$

где  $Z_{0в,н}$  – комплексные волновые сопротивления верхней и нижней граничащих сред соответственно.

В случае наклонного падения отражательная формула остается прежней, но волновые сопротивления в ней

нужно заменить на так называемые приведенные волновые сопротивления  $Z_n$ :

1.  $Z_n = Z_0 / \cos \theta$  – для волны, вектор электрического поля которой перпендикулярен плоскости падения (нормальная или горизонтальная поляризация);
2.  $Z_n = Z_0 \cos \theta$  – для волны, поляризованной в плоскости падения (вертикальная поляризация).

Здесь  $\theta$  – угол распространения электромагнитной волны в среде, в общем случае – комплексный.

Из соотношений видно, что в обоих случаях приведенные волновые сопротивления зависят от угла распространения. Если граничащие среды не имеют потерь, этот угол подчиняется закону Снеллиуса:

$$k_v \sin \theta_v = k_n \sin \theta_n.$$

Если потерями в среде (как правило, в нижней) пренебречь нельзя, волновое число  $k$  становится комплексным. В этом случае существует несколько подходов к определению угла распространения волны.

В книге [1] на основе приведённой формулы производится расчет комплексного косинуса угла прохождения:

$$\cos \theta_n = \sqrt{1 - (a^2 - b^2 - i2ab) \sin \theta_v} = \rho e^{i\gamma},$$

где  $a$  и  $b$  – вещественная и мнимая части отношения комплексных волновых чисел.

Поле в нижней среде представляется в виде:

$$E_n = E \cdot e^{ik_n(x \cos \theta_n - z \sin \theta_n)}.$$

Для определения угла распространения  $\theta_n$  рассматриваются поверхности равных амплитуд и фаз прошедшей неоднородной волны. Причем поверхности равных амплитуд оказываются параллельны границе раздела, а наклон синфазных поверхностей (в случае, когда верхняя среда не имеет потерь) определяется из уравнения поверхности равных фаз:  $x \cos \theta_n - z \sin \theta_n = const$ .

Несложные преобразования дают

$$\cos \theta_n = q / \sqrt{q^2 + \beta_v^2 \sin^2 \theta_v} .$$

Здесь  $q = \rho \cdot (\beta_n \cos \gamma - \alpha_n \sin \gamma)$ ;  $\alpha_n$  и  $\beta_n$  – погонное ослабление и коэффициент фазы в нижней среде.

Второй подход к определению угла прохождения волны через границу раздела воздух-диэлектрик с потерями сводится к расчету коэффициента преломления как отношения фазовых скоростей, точнее – фазовых коэффициентов, падающей и прошедшей волн [2–4]:

$$\sin \theta_n = \sin \theta_v \cdot \beta_v / \beta_n .$$

Для сравнения проведено моделирование двух видов поляризации в диапазоне углов от 0 до 80 градусов на частоте 1 ГГц. Магнитная проницаемость нижней среды равна 1, верхняя среда – свободное пространство.

На рис. 1 и 2 представлены зависимости коэффициента отражения от угла падения волны для вертикальной и горизонтальной поляризации в случае, когда диэлектрическая проницаемость нижней среда равна 10, а тангенс угла потерь – 0,1. Пунктирный график соответствует первому подходу, черный – второму. Как видно из рисунков, графики практически совпадают. Небольшое различие наблюдается в определении угла Брюстера при вертикальной поляризации. При увеличении диэлектрической проницаемости графики сливаются.

На рис. 3 представлены результаты моделирования в случае, когда диэлектрическая проницаемость равна 3. Как видно из рисунка, при уменьшении проницаемости расхождение в результатах становится более заметным. Разность между определением угла Брюстера составила около 5 градусов, при этом при углах, близких к нормальным, результаты совпадают. В случае нормального падения результаты, разумеется, совпадают полностью, независимо от величины проницаемости.

Таким образом, при учете потерь в диэлектрике, когда угол падения близок к нулю или диэлектрическая проницаемость имеет большую величину, что характерно для большинства приложений, оба способа определения угла прохождения электромагнитной волны дают практически одинаковые результаты. В общем случае выбор того или иного подхода должен производиться более тщательно, с опорой на проверенные исследования, без соблазна идентифицировать физические углы с комплексными углами прохождения. Проверку правильности решения целесообразно осуществлять путем сравнения характерных признаков рассматриваемого явления. В данном случае таковым может служить

определение угла Брюстера, получаемого в результате моделирования альтернативных подходов.

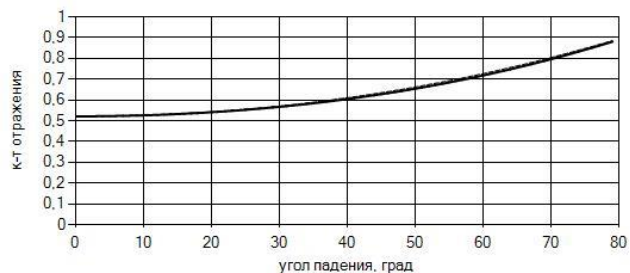


Рис. 1. Зависимость коэффициента отражения от угла падения при  $\epsilon=10$ ,  $\text{tg} \delta = 0,1$ , поляризация горизонтальная

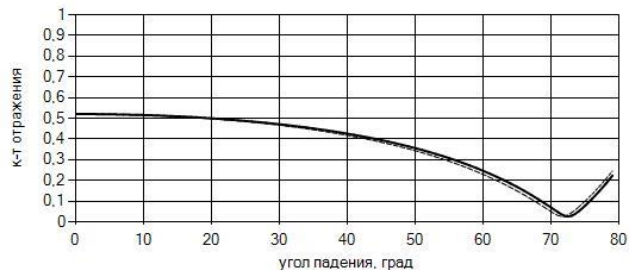


Рис. 2. Зависимость коэффициента отражения от угла падения при  $\epsilon=10$ ,  $\text{tg} \delta = 0,1$ , поляризация вертикальная

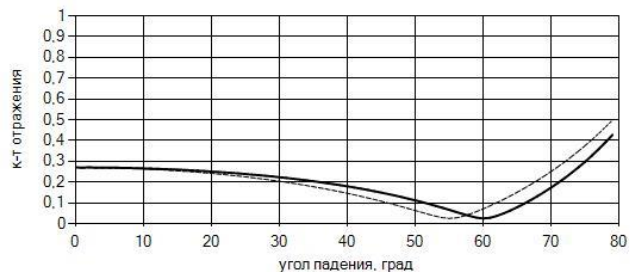


Рис. 3. Зависимость коэффициента отражения от угла падения при  $\epsilon=3$ ,  $\text{tg} \delta = 0,1$ , поляризация вертикальная

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Гольдштейн Л.Д., Зернов Н.В. Электромагнитные поля и волны. Москва: Советское радио, 1971. 664 с.
- [2] Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. Москва: Наука, 1973. 343 с.
- [3] Кугушев А.М., Голубева Н.С., Митрохин В.Н. Основы радиоэлектроники. Электродинамика и РРВ: Учеб.пособие для вузов. Москва: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. 368 с.
- [4] Sophocles J. Orfanidis Electromagnetic Waves and Antennas / ECE Department Rutgers University, 2016. 1188 p.