# Вычисление действующего значения напряжения многофазных выпрямителей и инверторов методом отображения на полярные координаты

В. А. Васильев[1], П. В. Мартюшов[2]
*Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)*
[1]vva09001@gmail.com, [2]stpiterclon@gmail.com

А. Н. Прокшин
*Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)*
taybola@gmail.com

***Аннотация*. Среднеквадратичное (действующее) значение напряжения или тока является важнейшим понятием в электротехнике, поскольку даёт понятие об активной мощности периодических воздействий. Предлагающийся на сегодняшний день метод нахождения действующего значения напряжения или тока через вычисление интеграла от квадрата напряжения или тока в декартовой системе координат во многих случаях является трудоёмким. Представленный в работе метод в ряде случаев позволяет упростить расчёты действующего значения, сведя вычисления к чисто геометрическим задачам.**

***Ключевые слова действующее значение напряжение и тока, полярная система координат***

Мгновенные значения тока или напряжения можно представить как в декартовой, так и в полярной системах координат. В полярной системе координат мгновенное значение амплитуды представляется длиной радиус-вектора, а мгновенное значение фазы углом, отложенным против часовой стрелки от горизонтальной оси. В результате такого отображения в полярной системе координат годограф описывает замкнутую фигуру. Для периодических сигналов, полученная фигура идентична на каждом периоде.

В полярной системе координат площадь, заметаемая радиус-вектором, может быть вычислена по формуле площади криволинейного сектора.

$$\frac{1}{2}\int_{0}^{2\pi} U^2(\varphi)d\varphi$$

Вычисление среднеквадратичного значения напряжения в декартовых координатах ведётся по следующей формуле

$$\frac{1}{2\pi}\int_{0}^{2\pi} U^2(\omega t)d(\omega t)$$

Очевидно, что среднеквадратичное значение напряжения можно выразить через площадь фигуры в полярных координатах. Таким образом, полученная формула имеет вид

$$U^2{}_{ср.кв.} = \frac{1}{2\pi}\int_{0}^{2\pi} U^2(\omega t)d(\omega t) = \frac{1}{\pi}\cdot\frac{1}{2}\int_{0}^{2\pi} U^2(\omega t)d(\omega t) = \frac{1}{\pi}S$$

$$U_{ср.кв.} = \sqrt{\frac{1}{\pi}S} \qquad (1)$$

где S – площадь фигуры.

Примеры.

1. Синусоидальное гармоническое напряжение.

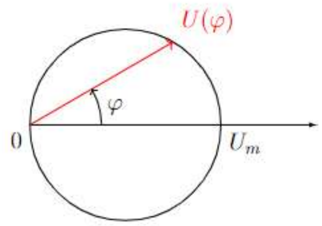


Рис. 1. Синусоидальное напряжение в полярных координатах

Радиус-вектор синусоидального напряжения за период в полярных координатах дважды заметёт круг. Площадь фигуры равна

$$S = 2\cdot\pi\left(\frac{U_m}{2}\right)^2$$

где $U^m$ – максимальное значение амплитуды напряжения.

Среднеквадратичное значение по формуле (1) равно

$$U_{ср.кв.} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

Что совпадает со среднеквадратичным значением, вычисленным классическим методом.

2. Прямоугольное напряжение.

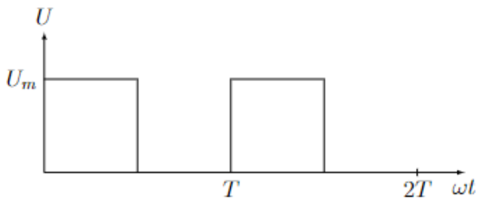


Рис. 2. Прямоугольное напряжение в декартовых координатах

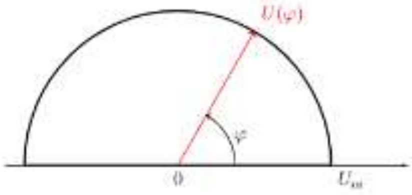


Рис. 3. Прямоугольное напряжение в полярных координатах

Радиус-вектор прямоугольного напряжения заметает в полярных координатах полукруг. Площадь фигуры равна

$$S = \frac{\pi U_m{}^2}{2}$$

Среднеквадратичное значение напряжения по формуле (1) равно

$$U_{ср.кв.} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

Что совпадает со значением, вычисленным классическим методом.

3. Напряжение неуправляемого нулевого трёхфазного выпрямителя, работающего на активную нагрузку без фильтра.

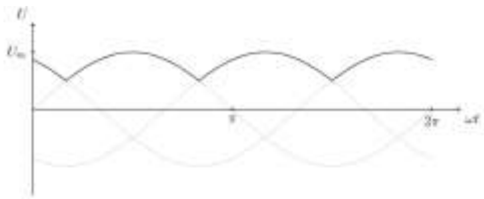

Рис. 4. Напряжение выпрямителя в декартовых координатах

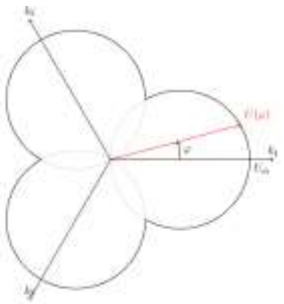

Рис. 5. Напряжение выпрямителя в полярных координатах

Площадь фигуры, заметаемой радиус-вектором, будет равна

$$S = U_m{}^2 \frac{4\pi + 3\sqrt{3}}{2}$$

Среднеквадратичное напряжение по формуле (1) будет равно

$$U_{ср.кв.} = U_m \sqrt{\frac{4\pi + 3\sqrt{3}}{2}}$$

Что совпадает со значением, вычисленным классическим методом.

4. Напряжение управляемого нулевого шестифазного выпрямителя с углом управления 30°.

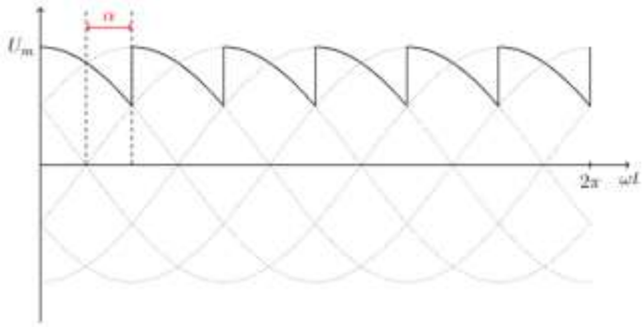


Рис. 6. Напряжение выпрямителя в декартовых координатах

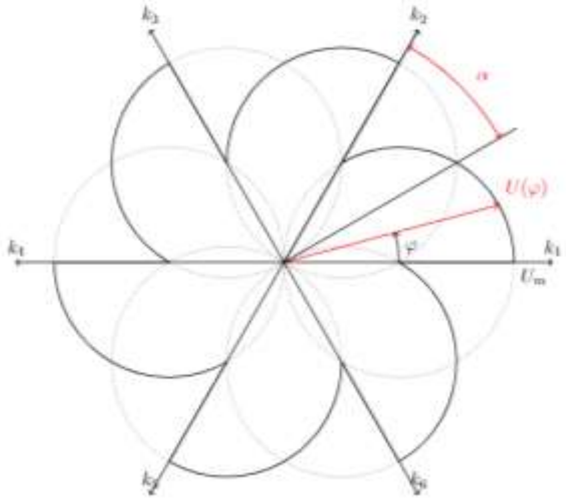


Рис. 7. Напряжение выпрямителя в полярных координатах

Площадь фигуры, заметаемой радиус-вектором, равна

$$S = U_m{}^2 \frac{4\pi + 3\sqrt{3}}{8}$$

Среднеквадратичное напряжение согласно формуле (1) будет равно

$$U_{ср.кв.} = U_m \sqrt{\frac{4\pi + 3\sqrt{3}}{8}}$$

Представленный метод позволяет рассчитать действующее значение периодического напряжения или тока геометрически, что оказалось проще в ряде случаев, чем вычисление интеграла. Формула (1) благодаря своей простоте может найти широкое применение в инженерной практике.

## Список литературы

[1] Arnold E. Die Wechselstromtechnick. Berlin: Verlag von Julius Springer, 1910, C. 914.

[2] Булгаков А.А. Новая теория управляемых выпрямителей. М.: Наука, 1970, с. 319.

[3] Г.Н. Ворфоломеев, С.А. Евдокимов и др. Многопульсные выпрямители: векторный метод анализа с применением полярных координат // Вестник ИрГТУ. 2008. No1(33) C. 104-110.