

Метод формирования фотометрических эталонов космических объектов

Е. В. Благодыренко¹, А. С. Кошкаров², В. Ю. Шосталь³

^{1,2}Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского

³ГосНИИПП

^{1,2}vka@mil.ru, ³shostal@mail.ru

Аннотация. Задача предотвращения орбитальных столкновений требует обеспечения контроля заселенности рабочих и промежуточных орбит многоспутниковых систем с высокоточным определением текущих навигационных параметров. Использование фотометрической информации о космических объектах позволяет обеспечить приемлемое качество их сопровождения в условиях значительной заселенности орбит космических систем типа «орбитальный слой».

Ключевые слова: космический объект; метод наименьших квадратов; метод локальной аппроксимации

I. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время ведущие космические державы – Россия, США и Китай – планируют создание, развертывание и запуск в эксплуатацию многоспутниковых космических систем с количеством космических аппаратов (КА) вплоть до сотен или тысяч, а в среднесрочной перспективе – до десятков тысяч. Конфигурация такой космической системы может быть охарактеризована понятием «орбитальный слой» (рис. 1). В качестве примера можно привести реализуемый США проект «Старлинк» (насчитывает более 3700 КА [1, 2]) и российский проект «Сфера», о начале которого объявил руководитель госкорпорации «Роскосмос».

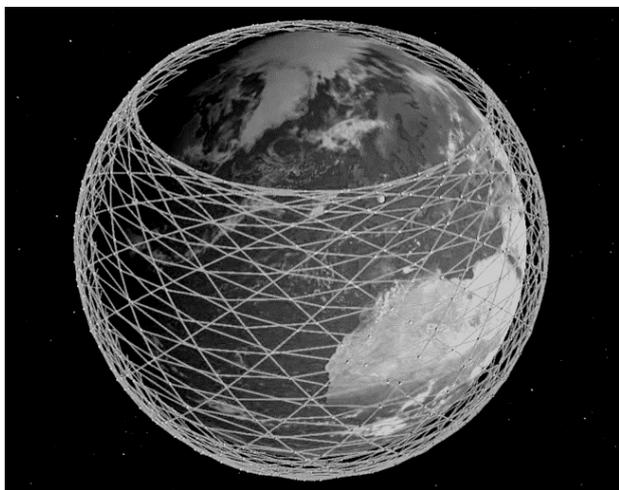


Рис. 1. Расположение плоскостей орбит группировки КА «Старлинк»

Неизбежность выхода из строя КА, составляющих многоспутниковые системы, а также стохастический

характер отказов отдельных КА (по времени появления, причинам возникновения и возможности принятия мер по сведению КА с орбиты), порождает риск в десятки раз более активного, чем сейчас, засорения околоземного космического пространства (ОКП). Объектами космического мусора также будут являться фрагменты, образующиеся в результате выведения КА и связанного с этим срабатывания пиротехнических и механических устройств, а также последствия разрушения КА. Подобная эволюция формирования объектов космического мусора (ОКМ) может уже в среднесрочной перспективе привести к возникновению эффекта Кesslera в отдельно взятом орбитальном слое, создавая угрозу, в том числе, для пилотируемых полетов [3]. Так ситуация с надежностью КА «Старлинк» негативно характеризует проект: 11 % аварийности по всему массиву запущенных КА – это 4 полноценных запуска ракет-носителей «Falcon-9» с КА «Старлинк» [4].

II. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФОТОМЕТРИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ О КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТАХ В ЗАДАЧЕ НАБЛЮДЕНИЯ ЗА ОБСТАНОВКОЙ В ОКОЛОЗЕМНОМ КОСМИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Задача недопущения орбитальных инцидентов (столкновений КА с другими КА или ОКМ) требует, прежде всего, обеспечения контроля заселенности рабочих и промежуточных орбит многоспутниковых систем с высокоточным определением текущих навигационных параметров (ТНП) каждого наблюдаемого космического объекта (КО) как с учетом движения КА и ОКМ по баллистическим траекториям, так и более сложных с точки зрения наблюдения КА, движущихся с включенными ионными двигателями [5, 6].

Обеспечение космической деятельности осуществляется с использованием сети наземных средств наблюдения за КО, работающих в оптическом и радиоволновом диапазонах спектра [7]. Сопровождение КО наземными средствами основано на ведении каталогов КО. Каждому КО в каталоге присваивается свой уникальный номер, под которым производится накопление и обработка измерений ТНП КО наземными средствами, а также планирование сеансов измерений этих средств для уточнения состояния и параметров орбиты действующих КА [8]. Для обработки и анализа информации о КО может использоваться как координатная, так и некоординатная, в частности, фотометрическая информация.

Под фотометрической информацией о КО понимают значения блеска этого объекта, получаемые оптико-электронной системой в различных спектральных диапазонах. Блеск КО может быть представлен в звездных величинах либо в виде спектральной плотности потока мощности отраженного от него в направлении на оптическую систему солнечного излучения.

Блеск КО определяется его геометрическими размерами и формой, оптическими характеристиками наружных материалов, а также взаимной ориентацией КО, наблюдателя и источника подсветки. Это означает, что каждый КО имеет свой фотометрический образ – специфическую для него зависимость блеска от ориентации относительно источников подсветки и наблюдателя.

Наиболее полным фотометрическим образом КО в заданном спектральном диапазоне является зависимость его истинного приведенного блеска $I(\alpha, \beta, \gamma, \xi)$ от значений четырех углов, определяющих взаимную ориентацию Солнца, КО и измерителя блеска. В качестве этих углов могут быть, в частности, приняты направляющие углы α, β линии «КО – Солнце» и направляющие углы γ, ξ линии «КО – ОЭС», которые отсчитываются системе координат, связанной со строительными осями КО.

В дальнейшем совокупность значений этих углов обозначается четырехкомпонентным векторным аргументом $X = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T$. Вектор $X_i = (x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, x_{4i})^T$, который соответствует конкретным значениям переменных x_1, x_2, x_3, x_4 , называется ниже точкой или узлом четырехмерного векторного пространства $\{X\}$. Зависимость истинного блеска от значений углов $\alpha, \beta, \gamma, \xi$ (функция изменения блеска) далее обозначается $I(X)$.

В результате обработки натурных измерений блеска

$$I_k^* = [I_k^*(X_{k1}), I_k^*(X_{k2}), \dots, I_k^*(X_{kN_k})]^T, \quad k = 1, \dots, M, \quad (1)$$

которые выполнены для каждого КО в ограниченном числе N_k узлов, формируются оценки фотометрических образов КО, называемые в дальнейшем фотометрическими эталонами (портретами).

III. МЕТОД ОБРАБОТКИ ФОТОМЕТРИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ О КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТАХ

При получении эталонных значений блеска КО в узлах X_1, X_2, \dots, X_N путем обработки натурных измерений блеска этого КО, входящих в массив (1) можно использовать либо метод наименьших квадратов (МНК), либо его модификацию – метод локальной аппроксимации (МЛА).

При использовании МНК функцию $I_k(X)$ в ограниченной односвязной области функционального пространства $\{X\}$, в которую входят узлы X_1, X_2, \dots, X_N , а также достаточное число узлов, при которых

выполнены измерения блеска КО из массива (1), представляют в виде полиномиального ряда, включающего в себя m_k слагаемых:

$$I_k(X_1) = \sum_{j=1}^{m_k} c_{kj} \varphi_j(X) \quad k = 1, \dots, M \quad (2)$$

где координатные функции $\varphi_j(x)$ – представляют собой произведения степеней переменных x_1, x_2, x_3, x_4 ;

c_{kj} – коэффициенты, которые определяются из условия минимума функционала

$$Q_k = \sum_{s=1}^{l_k} g_{ks} [I_k^*(X_{ks}) - I_k(X_{ks})]^2 \quad (3)$$

где $I_k^*(X_{ks})$ – измерения блеска k -го КО из массива (1), полученное в узле X_{ks} области, в пределах которой представление (2) используется;

l_k – число измерений из массива (1), входящих в эту область;

$I_k(X_{ks})$ – значение блеска в узле X , определяемое рядом (2);

$$g_{ks} = \frac{\sigma_k^2}{\sigma_{ks}^2};$$

σ_{ks}^2 – дисперсия измерения блеска k -го КО из массива (1), полученного в узле X_{ks} ;

σ_k^2 – дисперсия наиболее точного измерения из массива (1), выполненного в узле области, для которой аппроксимирующий ряд (2) используется.

Протяженность указанной области, число и вид координатных функций $\varphi_j(x)$ в выражении (2), число I_k узлов X_{ks} , плотность заполнения ими области определения аппроксимирующего ряда (2) должны быть такими, чтобы систематическая ошибка аппроксимации была достаточно малой.

Условие обеспечения минимума функционала (3) при выборе совокупности коэффициентов c_{kj} , $c_{kj}, j = 1, \dots, m_k$, ряда (4) приводит к системе линейных уравнений относительно искомых коэффициентов c_{kj} , решением которой являются следующие значения этих коэффициентов:

$$\hat{C}_{kj} = \frac{1}{|H_k|} \sum_{s=1}^{l_k} d_{kjs} I_k^*(X_{ks}), \quad j = 1, \dots, m_k, \quad k = 1, \dots, M, \quad (4)$$

где

$$d_{kjs} = g_{ks} \sum_{t=1}^{m_k} A_{jt} \varphi_t(X_{ks}), \quad (5)$$

$|H_k|$ – определитель матрицы коэффициентов системы нормальных уравнений размера m_k на m_k с элементами

$$h_{kpr} = h_{krp} = \sum_{s=1}^{m_k} g_{ks} \varphi_p(X_{ks}) \varphi_r(X_{ks}) \quad (6)$$

Оценки \hat{C}_{kj} отличаются от точных значений c_{kj} из-за ошибок измерений $I_k^*(X_{ks})$, входящих в функцию (3). Можно показать, что ошибки δc_{kj} , $j=1, \dots, m_k$ имеют нормальный закон распределения вероятностей, нулевые средние значения и ковариационную матрицу с элементами

$$\delta c_{kp} \cdot \delta c_{kr} = \delta c_{kr} \cdot \delta c_{kp} = \frac{\sigma_k^2 A_{kpr}}{|H_k|}, \quad r, p = 1, \dots, m_k \quad (7)$$

где A_{kpr} – алгебраическое дополнение элемента определителя $|H_k|$, стоящего на пересечении p -ой строки и r -го столбца.

Подставив значения \hat{C}_{kj} в выражение (2), получим оценку $\hat{I}_k(X)$ функции $I_k(X)$ в области, в которой представление (2) используется:

$$\hat{I}_k(X) = \sum_{j=1}^{m_k} \hat{c}_{kj} \varphi_j(X) \quad (8)$$

Последнее выражение определяет искомые эталонные значения блеска k -го КО в узлах X_1, X_2, \dots, X_n :

$$\hat{I}_k(X_i) = \sum_{j=1}^{m_k} \hat{c}_{kj} \varphi_j(X_i), \quad i=1, \dots, n \quad k=1, \dots, M \quad (9)$$

Можно показать, что ошибки определения эталонных значений (9) имеют нормальный закон распределения вероятностей, нулевые средние значения и ковариационную матрицу с элементами

$$\delta \hat{I}_k(X_p) \delta \hat{I}_k(X_r) = \frac{\delta_k^2}{|H_k|} \sum_{j_1=1}^{m_k} \sum_{j_2=1}^{m_k} A_{j_1 j_2} \varphi_{j_1}(X_p) \varphi_{j_2}(X_r), \quad p, r = 1, \dots, n, \quad (10)$$

где $A_{j_1 j_2}$ – алгебраическое дополнение элемента определителя $|H_k|$, стоящего на пересечении j_1 строки j_2 столбца.

Выражение (10) определяет флуктуационные составляющие погрешностей оценки эталонов. Если ряд (2) недостаточно точно воспроизводит ход функции $I_k(X)$ в области, содержащей все узлы X_1, X_2, \dots, X_n , то возникают дополнительные систематические погрешности определения эталонов (9). Для уменьшения этих погрешностей можно увеличить степень

аппроксимирующего полинома (2). Однако, следует иметь виду, что при этом увеличиваются флуктуационные составляющие, обусловленные погрешностями измерений в массиве (1). При наличии существенных систематических ошибок область, содержащую все узлы X_1, X_2, \dots, X_n , можно разделить на ряд парциальных областей, каждая из которых содержит определенную часть узлов X_1, X_2, \dots, X_n . Затем, рассмотренным выше методом для узлов каждой из этих областей получить искомые эталоны. При таком разбиении систематические ошибки представления хода функции $I_k(X)$ в каждой из областей можно свести к необходимому минимуму.

Метод локальной аппроксимации, который может применяться для получения эталонных значений блеска, является вырожденным случаем рассмотренного выше метода наименьших квадратов. При использовании МЛА с каждым узлом $X_i, i=1, \dots, n$ для которого необходимо

получить эталонное значение $\hat{I}_k(X_i)$ связывается свой набор измерений из массива (1), полученных в узлах определенной окрестности X_i . Затем, используя только этот набор, методом наименьших квадратов определяется эталонное значение $\hat{I}_k(X_i)$. При использовании МЛА выбор координатных функций в представлении (2) может быть очень простым и, в то же время, обеспечивающим малую систематическую ошибку получения эталона $\hat{I}_k(X_i), i=1, \dots, n$. При этом, однако, возрастают вычислительные затраты при получении эталонных значений $\hat{I}_k(X_i)$.

Количественная оценка погрешностей определения эталонных значений $\hat{I}_k(X_i)$, функции $I_k(X)$ в заданной совокупности узлов может быть выполнена с использованием математических моделей процедур получения этих эталонных значений. При этом может быть выявлена зависимость погрешностей определения эталонов от числа измерений в массиве (1), от точности измерений, от дискретности и регулярности этих измерений от плотности заполнения ими всех участков пространства $\{X\}$, от используемого способа разбиения области, содержащей узлы X_1, X_2, \dots, X_n на парциальные, от набора координатных функций при аппроксимации функции $I_k(X)$ рядом (2).

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, предложенный метод формирования фотометрических эталонов космических объектов позволяет формировать эталоны КО, удовлетворяющие предъявляемым требованиям по точности, что в свою очередь обеспечивает требуемое качество сопровождения КО в условиях значительной заселенности орбит космических систем типа «орбитального слоя».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Глобальная спутниковая система Starlink [Электронный ресурс]: Википедия. Свободная энциклопедия. – URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Starlink>. (Дата обращения: 01.02.2023).
- [2] Статистика Starlink [Электронный ресурс]. – URL: <https://planet4589.org/space/stats/star/starstats.html>. (Дата обращения: 01.02.2023).
- [3] Столкновения в околоземном пространстве (космический мусор). / Сб. науч. тр. М.: Космосинформ, 1995. 322 с.
- [4] Состояние спутниковой группировки Starlink [Электронный ресурс]: Хабр. – URL: <https://habr.com/ru/post/652467/>. (Дата обращения: 01.02.2023).
- [5] Суханов С.А., Шаргородский В.Д., Шилин В.Д. Система контроля космического пространства. М.: Правда, 2011. 206 с.
- [6] Калюта А.Н. Глобальный мониторинг космической обстановки – важнейшее направление обеспечения военной безопасности Российской Федерации в воздушно-космической сфере / А.Н. Калюта // Военная мысль. Москва, 2017. Вып. № 9. С. 5-11.
- [7] Благодыренко Е.В., Шосталь В.Ю. Исследование парадокса закона больших чисел при совместной обработке существенно неравноточных измерений / Е.В. Благодыренко, В.Ю. Шосталь // 76-я НТК СПб НТОРЭС. Санкт-Петербург, 2021. С. 98-100.
- [8] Благодыренко Е.В., Горбенков С.П., Царев С.М., Шосталь В.Ю. Комбинирование неравноточных измерений параметров движения маневрирующих космических объектов / Е.В. Благодыренко и др. // 77-я НТК СПб НТОРЭС. Санкт-Петербург: [б. и.], 2022. С. 56-58.