# Анализ свойств FTN сигналов с оптимальной формой импульса при разной символьной скорости

В. В. Магницкий<sup>1</sup>, С. В. Завьялов<sup>2</sup>

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого ¹magnitskij.vv@edu.spbstu.ru, ²zavyalov\_sv@spbstu.ru

Аннотация. В статье произведен анализ свойств FTN сигналов при разной символьной скорости и для разных форм огибающих импульсов. Анализ проводился с помощью имитационного моделирования системы приемапередачи в канале с АБГШ. При этом предпочтение отдавалось зависимостям коэффициента корреляции и энергетического проигрыша от символьной скорости. В качестве форм импульсов были использованы готовые решения с заданной скоростью спада внеполосных излучений и синтезированные решения для удвоенной символьной скорости и удвоенной длительности.

Ключевые слова: FTN сигналы, передача данных, имитационное моделирование, символьная скорость, спектральная эффективность, помехоустойчивость, оптимизационная задача

# І. Введение

В настоящее время беспроводные системы связи получили наибольшее распространение. В связи с постоянно растущими требованиями увеличения скорости передачи и естественной ограниченности частотного диапазона улучшать необходимо эффективность использования частотных диапазонов. Важной характеристикой при синтезе сигналов становится спектральная эффективность —  $\gamma = R/W$ , — где R — символьная скорость, W — ширина занимаемых частот [1-3].

Увеличение символьной скорости увеличивает глубину межсимвольной интерференции (МСИ), что в свою очередь становится причиной энергетического проигрыша по помехоустойчивости приёма такого сигнала относительно теоретических значений [4, 5].

В [6] было проведено моделирование приемапередачи FTN сигналов. При этом использовались импульсы с заданной скоростью спада внеполосных излучений, полученные как решение соответствующей оптимизационной задачи [3–5]. Для них были посчитаны коэффициенты корреляции и измерен энергетический проигрыш по помехоустойчивости приёма. По этим данным был построен график зависимости коэффициента корреляции K и энергетического проигрыша g для разных форм. При этом эти графики сливались в одну линию. Таким образом, стало понятно,

Результаты работы получены при поддержке гранта Российского научного фонда №21-71-10007.

что g прямо зависит от K, и был получен графика соответствующий этой зависимости. Из этого графика стало понятно, что при синтезе оптимальных сигналов для уменьшения энергетического проигрыша на определенной частоте в качестве условного параметра можно использовать коэффициент корреляции K.

В этой работе будут исследованы зависимости символьной скорости, энергетического проигрыша и коэффициента корреляции для различных форм импульсов оптимальных на некоторой скорости и увеличенной длительности, а также как влияет на это изменение скорости спада внеполосных излучений.

### II. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

# А. Описание используемых сигналов

В качестве форм импульса были использованы готовые решения оптимизационной задачи по критерию скорости спада внеполосных излучений n=2, 4, 6, 8, 10 [3–5]. Также были синтезированы оптимальные формы импульса при удвоенной скорости R=2/T, удвоенной длительности  $T_c$ =2T и заданной скоростью спада внеполосных излучений. Реализация последовательности оптимальных сигналов с длительностью импульса  $T_s$ , формой импульса a(t), амплитудой  $A_0$  и символьной скоростью передачи данных R может быть описана как:

$$s(t) = A_0 \sum_{k=0}^{N-1} a(t - k / R) d^{(k)},$$

где  $d^{(k)} - k$ -ый модуляционный символ. Используем ФМ-2 модуляцию, поэтому модуляционные символы будуг равны  $d^{(k)} = \pm 1$ .

Оптимальную форму импульсов можно получить как решение задачи минимизации функционала J:

$$\arg\{\min J\}, J = \int_{-\infty}^{\infty} g(f) \left| \int_{-\infty}^{\infty} a(t) \exp\left\{-2\pi f t\right\} dt \right|^{2} df$$

Здесь  $g(f)=f^n$ , (n=2, 4, ...) — это весовая функция, которая определяет скорость спада внеполосных излучений. В этой работе были выбраны значения параметра n=2, 4, 6, 8, 10, символьная скорость R=1/T, 1.2/T, ..., 3.8/T.

Также были синтезированы формы импульсов оптимальные для удвоенной скорости с единичной и удвоенной длительностью. В весовой функции использовались значения  $n=2,\ 4,\ 6.$  Коэффициенты разложения Фурье представлены в таблице 1, где R- оптимальная символьная скорость, k- множитель длительности импульса, K- коэффициент корреляции на оптимальной символьной скорости, n- значение параметра в весовой функции.

ТАБЛИЦА I. КОЭФФИЦИЕНТЫ РАЗЛОЖЕНИЯ ФУРЬЕ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ИМПУЛЬСОВ

	R=2/T	R=2/T	R=2/T
	$T_s=2T$	$T_s=2T$	$T_s=2T$
	K=0.01	K=0.01	K=0.01
	n=2	n=4	n=6
$a_0$	0.63581	0.69264	0.71031
$a_1$	0.78864	0.72493	0.69179
$a_2$	0.41787	0.47795	0.49213
$a_3$	-0.03426	0.07684	0.16412
$a_4$	0.01056	-0.01546	0.00471
a <sub>5</sub>	-0.00431	0.00434	-0.00259
$a_6$	0.00204	-0.0015	0.00084
a <sub>7</sub>	-0.00109	0.00061	-0.00029
$a_8$	0.00059	-0.00028	0.00011
<b>a</b> <sub>9</sub>		0.00014	-0.00005
$a_{10}$		-0.00007	0.00002
a <sub>11</sub>		0.00004	-0.00001

### В. Описание имитационной модели

Было проведено имитационной моделирование приема-передачи FTN сигналов с символьной скоростью R от  $1/\Gamma$  до  $4/\Gamma$  с шагом  $0.2/\Gamma$  в среде MATLAB. Количество бит, передаваемых на одну точку по отношению сигнал-шум на бит  $E_b/N_0$  ( $E_b$  — энергия информационного бита,  $N_0$  — спектральная плотность средней мощности бита), составляет не менее  $10^6$ . Вероятность, по которой определялся энергетический проигрыш относительно теоретической помехоустойчивости приёма, равна  $10^{-3}$ . Блок схема имитационной модели приведена на рис. 1, пример вычисления энергетического проигрыша g приведен на рис. 2.



Рис. 1. Блок схема имитационной модели

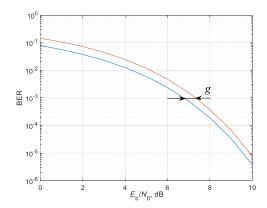


Рис. 2. Пример вычисления энергетического проигрыша

# С. Результаты

В качестве результатов были получены кривые зависимости энергетического проигрыша от символьной скорости R и коэффициента корреляции K, а также зависимости коэффициента корреляции и символьной скорости для импульсов оптимальных на скорости R=1/T длительностью  $T_s=T$  и заданной скоростью спада внеполосных излучений (рис. 3, 5), а также аналогичные зависимости для импульсов оптимальных на скорости R=2/T и удвоенной длительности  $T_s=2T$ , значение коэффициента корреляции K=0.01 (рис. 4, 6).

Для форм импульса с заданной скоростью спада, но не оптимальных по критерию символьной скорости, с увеличением *R* значение *K* меняется слабо в окрестности 0. Но при достижении некоторой символьной скорости начинает линейно расти с увеличением символьной скорости. При этом с увеличением скорости спада внеполосных излучений увеличивается предельно достижимая символьная скорость, после которой начинается линейное возрастание коэффициента, а также увеличивается угол наклона линейного участка.

Аналогичная зависимость характерна и для энергетического проигрыша. При этом зависимость энергетического проигрыша от коэффициента корреляции не зависит от скорости спада внеполосных излучений.

При использовании оптимальных сигналов с заданной скоростью спада значение энергетического проигрыша возрастает, а при приближении к символьной скорости, для которой была оптимальна форма импульса, энергетический проигрыш уменьшается. Выше оптимальной скорости энергетический проигрыш линейно возрастает. Аналогично ведет себя и коэффициент корреляции.

С увеличением длительности импульса увеличивается максимальное значение энергетического проигрыша достижимое в диапазоне символьных скоростей от 1/T до оптимальной скорости. Также с увеличением длительности импульса увеличивается начальный энергетический проигрыш. Скомпенсировать этот эффект можно при помощи увеличения спада внеполосных излучений.

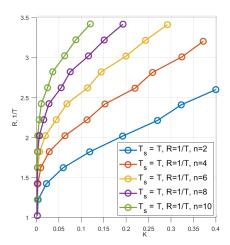


Рис. 3. Зависмость символьной скорости от коэффициента корреляции для импульсов с заданной скоростью спада внеполосных излучений

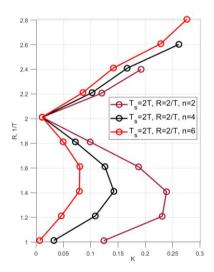


Рис. 4. Зависмость символьной скорости от коэффициента корреляции для оптимальных на удвоенной скорости импульсов с заданной скоростью спада внеполосных излучений

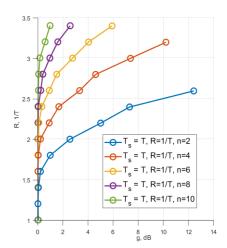


Рис. 5. Зависмость символьной скорости от энергетического проигрыша для импульсов с заданной скоростью спада внеполосных излучений

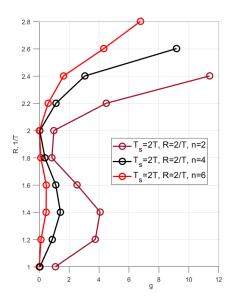


Рис. 6. Зависмость символьной скорости от энергетического проигрыша для оптимальных на удвоенной скорости импульсов с заданной скоростью спада внеполосных излучений

# III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этой работе были проанализированы графики зависимости энергетического проигрыша и коэффициента корреляции от символьной скорости для разных форм огибающих импульсов. Использовались импульсы с заданной скоростью спада внеполосных излучений, а также оптимальные импульсы на удвоенной скорости.

На графиках видно, что кривые для коэффициента корреляции и энергетического проигрыша подобны, что в очередной раз подтверждает их прямую зависимость. Так же можно заметить, что увеличение скорости спада внеполосных излучений увеличивает предельно достижимую символьную скорость.

Использование оптимальных на удвоенной скорости форм импульсов, позволяет значительно снизить энергетические потери на этой скорости при меньших значениях скорости спада внеполосных излучений.

При увеличении длительности импульсов появляется дополнительная МСИ, из-за которой уже на единичной скорости энергетические проигрыш не нулевой. При этом также увеличивается энергетический проигрыш на целевой символьной скорости. Для компенсации этого эффекта можно увеличить скорость спада внеполосных излучений.

# Список литературы

- [1] Нгуен Т.Х.Ф., Гельгор А.Л. Синтез спектрально-эффективных сигналов при наличии ограничения в виде спектральной маски // В сборнике: Цифровая обработка сигналов и её применение – DSPA-2019. Доклады 21-й Международной конференции. 2019. С. 37-42.
- [2] Liu M., Xue W., Jia P., Li B., Makarov S.B. Research on spectrum optimization technology for a wireless communication system // Symmetry. 2020. T. 12. № 1. C. 34. DOI: 10.3390/SYM12010034

- [3] Sadovava Y., Gelgor A. Synthesis of signals with a low-level of outof-band emission and peak-to-average power ratio // В сборнике: 2018 IEEE International Conference on Electrical Engineering and Photonics, EExPolytech 2018. Proceedings. 2018. C. 103-106. DOI: 10.1109/EExPolytech.2018.8564428
- [4] Lavrenyuk I.I., Ovsyannikova A.S., Zavjalov S.V., Volvenko S.V., Makarov S.B. Improving energy efficiency of finite time ftn pulses detection by choosing optimal envelope shape (2019) 2019 26th International Conference on Telecommunications, ICT 2019, art. no. 8798830, pp. 289-293. DOI: 10.1109/ICT.2019.8798830
- [5] Ovsyannikova A.S., Zavjalov S.V., Volvenko S.V. Influence of Correlation Coefficient on Spectral and Energy Efficiency of Optimal Signals (2019) International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops, 2018-November, art. no. 8631218. DOI: 10.1109/ICUMT.2018.8631218
- [6] Магницкий В.В. О помехоустойчивости приема FTN сигналов / В.В. Магницкий, С.В. Завьялов // Неделя науки ИЭиТ: материалы Всероссийской конференции, Санкт-Петербург, 14–18 ноября 2022 года / Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого. Санкт-Петербург: Политех-пресс, 2022. С. 35-37. EDN QZCMSU.