

Предельные вероятностно-временные характеристики системы передачи сообщений с переспросом

В. А. Шаулов, А. С. Сердюк

Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского

Аннотация. Исследованы вероятность ошибочного приема сообщения и среднее число повторений циклов передачи сообщения в системе передаче сообщений с переспросом при неограниченном числе повторений. Показано влияние необнаруживаемых и обнаруживаемых ошибок в цикле передачи сообщения на вероятность ошибочного приема сообщения по результатам всех возможных циклов передачи и вероятности повтора сообщения в цикле передачи на среднее число повторений циклов передачи.

Ключевые слова: передача сообщений с переспросом; вероятность ошибочного приема сообщения; среднее число повторений сообщения

I. ВВЕДЕНИЕ

Передача сообщений с переспросом (с обратной связью) широко используется в системах передачи информации, радиоуправления и является элементом ряда стандартизированных протоколов передачи информации канального уровня [1–3]. Технология передачи сообщений с переспросом получила название ARQ (Automatic Repeat reQuest) – передача информации с автоматическим переспросом искаженных сообщений.

Использование переспроса искаженных сообщений позволяет повысить помехоустойчивость передачи информации и осуществлять контроль ее прохождения. При этом возможно использование различных сочетаний методов кодирования сообщений и управления потоком передаваемых данных, определяющих вид ARQ-протокола. В статье анализируются предельные вероятностно-временные характеристики системы передачи сообщений с переспросом, характеризующие достижимые в ней при заданных характеристиках прямого и обратного каналов передачи информации вероятность ошибочного приема сообщения и среднее число повторений циклов передачи одного сообщения.

II. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

При передаче сообщений с переспросом с приемного пункта на передающий пункт, по обратному каналу передаются служебные сообщения (подтверждения), в соответствии с которыми осуществляется управление процессом передачи сообщений на передающем пункте и при необходимости повторение искаженных сообщений. В качестве предельных вероятностно-временных характеристик системы передачи сообщений с переспросом будем рассматривать вероятность

ошибочного приема сообщения и среднее число повторений циклов передачи одного сообщения при возможности неограниченного числа повторений. Это означает, что в случае обнаружения ошибок в приемном пункте передача сообщения может повторяться передающим пунктом до тех пор, пока в приемном пункте не будет принято (правильно или ошибочно) решение о правильном приеме. Будем полагать, что все циклы передачи статистически независимы и исход очередного цикла передачи не зависит от исхода предыдущего цикла. Тогда вероятность ошибочного приема сообщения и среднее число повторений по результатам всех возможных циклов передачи определяются следующим образом.

Цикл передачи сообщения с переспросом может завершиться правильным приемом сообщения, обнаруживаемой ошибкой и необнаруживаемой ошибкой. Вероятности обнаруживаемой P_{00} и необнаруживаемой P_{10} ошибки в цикле передачи определяются характеристиками прямого и обратного каналов передачи информации. Вероятность ошибочного приема сообщения по результатам всех возможных циклов передачи определяется, исходя из анализа условий завершения каждого очередного цикла передачи необнаруживаемой ошибкой. Вероятность ошибочного приема сообщения в первом цикле передачи равна вероятности появления необнаруживаемой ошибки в этом цикле: $P_{ош1}=P_{10}$. Вероятность ошибочного приема сообщения во втором цикле передачи равна вероятности того, что в первом цикле возникнет обнаруживаемая ошибка, а во втором цикле возникнет необнаруживаемая ошибка: $P_{ош2}=P_{00}P_{10}$. Вероятность ошибочного приема сообщения в третьем цикле передачи равна вероятности того, что в первом и втором циклах возникнет обнаруживаемая ошибка, а в третьем цикле возникнет необнаруживаемая ошибка: $P_{ош3}=P_{00}^2P_{10}$. И так далее. Вероятность ошибочного приема сообщения в i -ом цикле передачи равна вероятности того, что в $i-1$ предшествующих циклах возникнет обнаруживаемая ошибка, а в i -ом цикле возникнет необнаруживаемая ошибка: $P_{оши}=P_{00}^{i-1}P_{10}$.

События приема сообщения с необнаруживаемой ошибкой в каждом из циклов передачи несовместны. Поэтому вероятность ошибочного приема сообщения $P_{ош}$ в системе с переспросом и неограниченным числом повторений равна сумме вероятностей ошибочного

приёма сообщения в каждом из возможных циклов передачи. С учетом выражений для $P_{ошi}$, $i=1,2,\dots$, после преобразований получаем

$$P_{ош} = P_{НО} (1 - P_{ОО})^{-1}. \quad (1)$$

Выражение (1) определяет взаимосвязь вероятности ошибочного приема сообщения по результатам всех возможных циклов передачи $P_{ош}$ с вероятностями необнаруживаемой ошибки $P_{НО}$ и обнаруживаемой ошибки $P_{ОО}$ в одном цикле передачи сообщения. Оно получено с использованием формулы для суммы членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии со знаменателем $P_{ОО}$. Вероятность ошибочного приема сообщения в системе с переспросом прямо пропорциональна вероятности необнаруживаемой ошибки в цикле передачи. Кроме того, вероятность ошибочного приема сообщения растёт с увеличением вероятности обнаруживаемой ошибки в цикле передачи, так как при этом возрастает число циклов передач одного сообщения, в каждом из которых может произойти ошибка.

Рис. 1 и 2 характеризуют влияние на вероятность ошибочного приема сообщения в системе передачи информации с переспросом обнаруживаемых и необнаруживаемых ошибок в цикле передачи сообщения. На рис. 1 приведены зависимости вероятности ошибочного приема сообщения $P_{ош}$ от вероятности необнаруживаемой ошибки $P_{НО}$ при различных значениях вероятности обнаруживаемой ошибки $P_{ОО}$. Кривая 1 соответствует $P_{ОО}=10^{-1}$, кривая 2 соответствует $P_{ОО}\leq 10^{-2}$, при этом для всех значений $P_{ОО}$, меньших 10^{-2} , кривые практически сливаются. На рис. 2 приведены зависимости вероятности ошибочного приема сообщения $P_{ош}$ от вероятности обнаруживаемой ошибки $P_{ОО}$ при различных значениях вероятности необнаруживаемой ошибки $P_{НО}$. Кривая 1 соответствует $P_{НО}=10^{-1}$, кривая 2 соответствует $P_{НО}=10^{-2}$, кривая 3 соответствует $P_{НО}=10^{-3}$, кривая 4 соответствует $P_{НО}=10^{-4}$. Значения $P_{ОО}$ и $P_{НО}$ задавались без учета взаимных ограничений на значения $P_{ОО}$ и $P_{НО}$, однако эти ограничения требуют строгого учета только в области значений $P_{ош}$, близких к 1, и не влияют на характер зависимости вероятности ошибочного приема сообщения $P_{ош}$ от вероятностей $P_{ОО}$ и $P_{НО}$.

Как следует из приведенных на рис. 1 и 2 зависимостей, вероятность ошибочного приема сообщения в системе передачи информации с переспросом $P_{ош}$ практически определяется вероятностью необнаруживаемой ошибки в цикле передачи сообщения $P_{НО}$. На рис. 1 это проявляется в том, что изменение величины $P_{ОО}$ практически не влияет на зависимость вероятности ошибочного приема сообщения $P_{ош}$ от величины $P_{НО}$. На рис. 2 это проявляется в том, что вероятность ошибочного приема сообщения $P_{ош}$ практически не зависит от величины $P_{ОО}$ и определяется величиной $P_{НО}$. При значениях вероятности обнаруживаемой ошибки в цикле передачи сообщения $P_{ОО}\leq 10^{-2}$ можно полагать, что $P_{ош}\approx P_{НО}$.

Практический интерес представляют условия достижения высокой помехоустойчивости передачи

информации, характеризуемые вероятностью ошибочного приема сообщения $P_{ош}=10^{-5}-10^{-6}$. В этой области значений вероятности ошибочного приема сообщения в системе передачи информации с переспросом $P_{ош}$ практически определяется величиной вероятности необнаруживаемой ошибки в цикле передачи $P_{НО}$. Это обусловлено тем, что необнаруживаемая ошибка в цикле передачи сообщения не может быть исправлена при повторной передаче. Слабое влияние обнаруживаемой ошибки в цикле передачи на вероятность ошибочного приема сообщения обусловлено тем, при обнаружении ошибки принятое сообщение не поступает к получателю и ошибка может быть исправлена при повторной передаче сообщения.

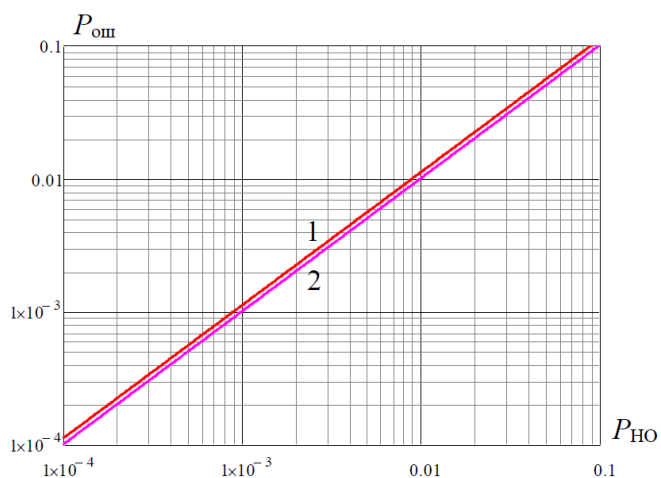


Рис. 1. Зависимости вероятности ошибочного приема сообщения от вероятности необнаруживаемой ошибки в цикле передачи

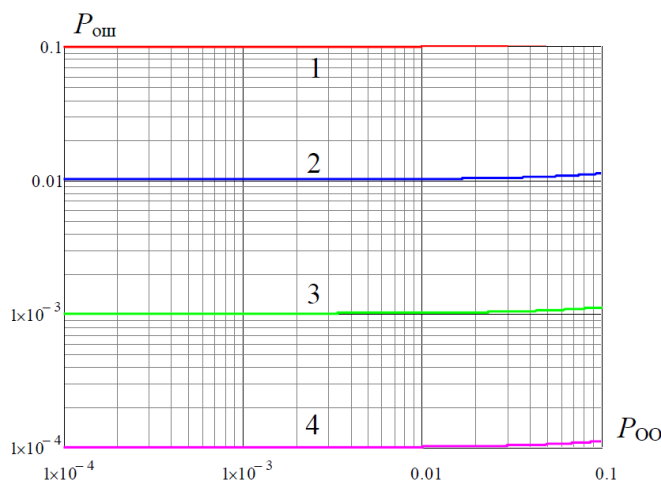


Рис. 2. Зависимости вероятности ошибочного приема сообщения от вероятности обнаруживаемой ошибки в цикле передачи

Среднее число повторений циклов передачи одного сообщения по результатам всех возможных циклов передачи определяется, исходя из анализа условий завершения каждого очередного цикла передачи сообщения, его повторением. Оно происходит в случае обнаруживаемой ошибки, а также в случае некоторых видов необнаруживаемой ошибки, например, ложного повторения сообщения. Характеристиками прямого и

обратного каналов передачи информации определяется вероятностью повторения цикла передачи сообщения R . Вероятность окончания передачи сообщения в первом цикле передачи равна вероятности того, что после этого цикла не будет повторных передач: $p_1=1-R$. Вероятность окончания передачи сообщения во втором цикле передачи равна вероятности того, что после первого цикла будет иметь место повторная передача, а после второго цикла повторных передач не будет: $p_2=R(1-R)$. Вероятность окончания передачи сообщения в третьем цикле передачи равна вероятности того, что после первого и второго циклов будут иметь место повторные передачи, а после третьего цикла повторных передач не будет: $p_3=R^2(1-R)$. И так далее. Вероятность окончания передачи сообщения в i -ом цикле передачи равна вероятности того, что после $i-1$ предшествующих циклов будут иметь место повторные передачи, а после i -го цикла повторных передач не будет: $p_i=R^{i-1}(1-R)$.

События повторной передачи сообщения после каждого из циклов передачи несовместны. Поэтому среднее число передач одного сообщения r_{cp} в системе с переспросом при неограниченном числе повторений может быть найдено как математическое ожидание дискретной случайной величины числа передач сообщения. С учетом выражений для $p_i, i=1,2,\dots$, после преобразований получаем

$$r_{cp} = (1 - R)^{-1}. \quad (2)$$

Выражение (2) определяют взаимосвязь среднего числа передач одного сообщения в системе с переспросом r_{cp} с вероятностью повторения цикла передачи R . Оно получено с использованием формулы для суммы членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии со знаменателем R . Среднее число передач сообщения возрастает с увеличением вероятности повторения цикла передачи.

Рис. 3 характеризует влияние на среднее число передач сообщения в системе передачи информации с переспросом, вероятности повторения цикла передачи сообщения. На рисунке приведена зависимость среднего числа передач сообщения r_{cp} от вероятности повторения цикла передачи R . Как следует из приведенной на рис. 3 зависимости, в широком диапазоне значений R среднее число передач r_{cp} изменяется мало. Заметное увеличение величины r_{cp} имеет место при $R \geq 10^{-2}$, но даже при $R=0,5$ среднее число передач составляет $r_{cp}=2$.

Практический интерес представляют условия достижения высокой помехоустойчивости передачи информации, характеризуемые вероятностью ошибочного приема сообщения $P_{ош}=10^{-5}-10^{-6}$. В этой области значений вероятности ошибочного приема сообщения в системе передачи информации с переспросом вероятность повторения цикла передачи сообщения R также принимает малые значения, и среднее число передач r_{cp} незначительно превышает 1.

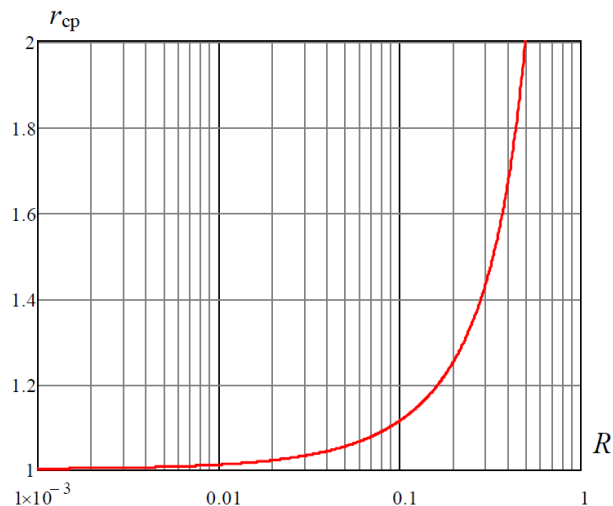


Рис. 3. Зависимости среднего числа передач сообщения от вероятности повторения цикла передачи

От среднего числа передач сообщения зависит средняя скорость передачи информации, которая уменьшается в r_{cp} раз. Однако при малых значениях вероятности повторения цикла передачи сообщения, основное влияние на среднюю скорость передачи информации в системах передачи информации с переспросом оказывает увеличение длительности цикла передачи сообщения за счет включения в него длительности служебного сообщения обратного канала и времени распространения сигналов между передающим и приемным пунктами.

III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты характеризуют предельные вероятностно-временные характеристики системы передачи сообщений с переспросом, которые могут уточняться для конкретного вида ARQ-протокола при задании его параметров. Общими закономерностями передачи сообщений с переспросом являются определяющее влияние на вероятность ошибочного приема сообщения вероятности необнаруживаемой ошибки в цикле передачи и зависимость средней скорости передачи информации от длительности цикла передачи сообщения и среднего числа повторений.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Выражаем благодарность научному руководителю Мальцеву Г.Н. за ценные советы при планировании исследования и рекомендации по оформлению статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Радиосистемы передачи информации / В.А. Васин, В.В. Калмыков, Ю.Н. Себекин и др; под ред. И.Б. Федорова и В.В. Калмыкова. М.: Горячая линия – Телеком, 2005. 472 с.
- [2] Радиосистемы управления / В.А. Вейцель, А.С. Волковский, С.А. Волковский и др.; под ред. В.А. Вейцеля. М.: Дрофа, 2005. 416 с.
- [3] Олифер В.Г., Олифер Н.А. Основы компьютерных сетей. СПб.: Питер, 2009. 352 с.