

Исследование Калмановских алгоритмов фильтрации в целях адаптивного диаграммообразования

А. А. Щедрин, И. А. Бойко, Е. И. Глушанков

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций
им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

Ultimatespiderdiskodenser@gmail.com, igorboyko24na7@gmail.com, glushankov57@gmail.com

Аннотация. Данная статья посвящена исследованию использования Калмановского алгоритма фильтрации в качестве адаптивного для адаптивных фазированных антенных решеток (АФАР). Построена математическая модель АФАР, работающей на принципе Калмановской фильтрации. Исследовано поведение алгоритма при различном уровне приходящего шума и в условиях отсутствия данных измерений.

Ключевые слова: адаптивная антенная решетка, адаптивное диаграммообразование, фильтр Калмана

I. ВВЕДЕНИЕ

Сигнал, приходящий на приемную АФАР, при условии априорной неопределенности угловых координат источника сигнала относительно антенной решетки (АР) может быть рассмотрен как N-мерный марковский случайный процесс, компонентами которого будут амплитудно-фазовые возбуждения, формируемые данным сигналом на N элементах АР[1]. Для обеспечения помехозащищенного приема такого сигнала, имеет смысл использования Калмановского алгоритма, снижающего шум измерения состояния системы[2]. В данной статье предложена модель использования алгоритма Калмана для адаптивного диаграммообразования.

II. ПРИНЦИП ДИАГРАММООБРАЗОВАНИЯ НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМА КАЛМАНА

Алгоритм Калмана для многомерного случая работает следующим образом [3–5].

Производится предсказание состояния системы (1) и ошибки ковариации (2) на основании состояния системы на предыдущем шаге:

$$\hat{X}_k = F_k X_{k-1}^{opt} \quad (1)$$

где \hat{X}_k – предсказание состояния системы на текущей итерации, в случае АФАР будет представлять из себя N-мерный вектор, описывающий амплитудно-фазовое возбуждение, порождаемое полезным сигналом на элементах АР, X_{k-1}^{opt} – оптимальный вектор состояния системы, полученный на предыдущем шаге, F_k – матрица в которой описана модель динамической системы, так как амплитудно-фазовое распределение на каждом элементе АР определяется только угловыми координатами прихода полезного сигнала данная матрица может быть записана как вектор поворачивающих коэффициентов, определяемых в зависимости от геометрии АР.

$$\hat{P}_k = F_k P_{k-1} F_k^T + Q \quad (2)$$

где \hat{P}_k – предсказание ошибки ковариации на текущей итерации, P_{k-1} – ошибка ковариации на предыдущей итерации, Q – ковариационная матрица шума процесса, имеющегося вследствие наличия неучтенных факторов, влияющих на процесс при проведении предсказания.

Далее производится наблюдение, в случае АФАР в канале без замираний оно будет представлять из себя N-мерный вектор возбуждений на элементах решетки, формируемый смесью полезного сигнала X_k и аддитивного гауссова шума N_k , приходящего на каждый элемент антенной решетки (3).

$$Z_k = X_k + N_k \quad (3)$$

На основании наблюдения производится вычисления коэффициентов усиления Калмана (4) и корректировка оценок полезного сигнала (5) и ошибки ковариации (6).

Стоит отметить, что непосредственно диаграммообразование происходит на этапе корректировки оценки полезного сигнала, ибо непосредственно в этот момент элементам АР присваиваются весовые коэффициенты вектора K_k .

$$K_k = \hat{P}_k (\hat{P}_k + R)^{-1} \quad (4)$$

где R – ковариационная матрица шума,

$$X_k^{opt} = \hat{X}_k + K_k (Z_k - \hat{X}_k) \quad (5)$$

$$P_k = (I - K_k) \hat{P}_k \quad (6)$$

где I – единичная матрица размерности $N \times N$.

III. МОДЕЛИРОВАНИЕ АФАР

В качестве приемной АР была смоделирована восьмиэлементная кольцевая антенная решетка.

Для кольцевой АР возбуждение, порождаемое полезным сигналом на каждом элементе, можно рассчитать по следующей формуле [6]:

$$V_n = EL(\phi - n\Delta\phi) e^{j k R \cos(\phi - n\Delta\phi)}$$

где EL – функция излучения элемента, k – волновое число, R – радиус кольцевой АР, ϕ – угол прихода полезного сигнала $\Delta\phi$ – угловое расстояние между элементами АР, n – номер элемента.

Таким образом, в первом приближении, пренебрегая EL, мы можем вычислить поворачивающие коэффициенты при изменении угла прихода полезного сигнала с ϕ_k на ϕ_{k+1} как:

$$M_{nk} = e^{2jkR \sin(\phi_k + \phi_{k+1} - 2n\Delta\varphi)} \sin(\phi_{k+1} - \phi_k)$$

где v_k – скорость изменения угла прихода сигнала.

Начальные условия для X_{k-1}^{opt} были заданы различными способами. Были опробованы 3 варианта:

- Задавать изначальный вектор состояния нулями.
- Задавать изначальный вектор состояния единицами.
- Ориентировать изначальный вектор состояния в направлении полезного сигнала в начальный момент.

Данный выбор зависит от заданных априорных данных и в целом влияет только на скорость сходимости алгоритма.

Матрица Q в данной модели отражает неточность вектора возбуждений полученных, использованием вектора поворачивающих коэффициентов M_k . Наглядно расхождение полезного сигнала и предсказания, полученного домножением X_{k-1}^{opt} на M_k , представлено на рис. 1.

Матрицы Q и R могут быть соответственно заданы как $\sigma_w \mathbf{I}$ и $\sigma_v \mathbf{I}$, где, σ_w – дисперсия шума процесса, σ_v – дисперсия шума, приходящего на элементы AP. [7]

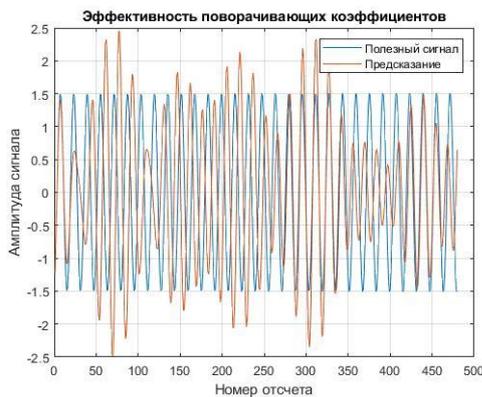


Рис. 1. Расхождение предсказания и полезного сигнала

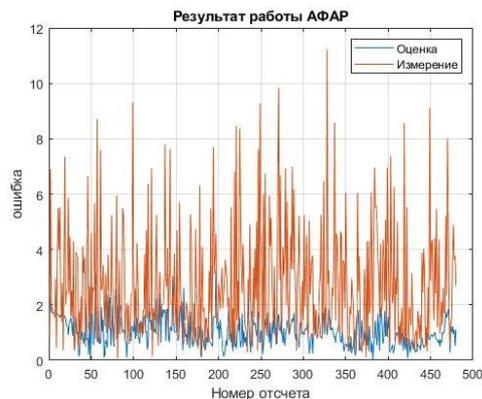


Рис. 2. Ошибки оценки и измерения при большом шуме

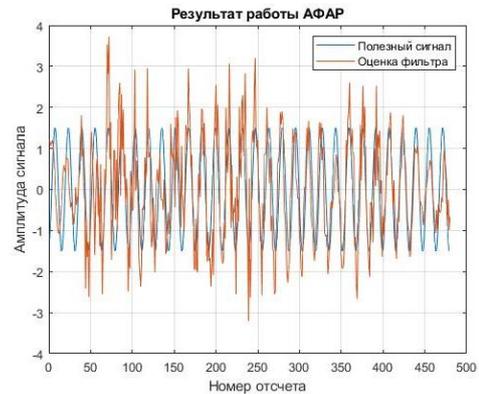


Рис. 3. Оценка при большом шуме

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ АФАР

A. Известны все априорные данные

При низком отношении сигнал/шум (-1 Дб в модели) АФАР больше опирается на предсказание и существенно уменьшает ошибку по сравнению с измерением (рис. 2), однако доверия алгоритма предсказанию недостаточно для точного восстановления сигнала без существенной опоры на измерение (рис. 3).

При высоком отношении сигнал/шум (10 Дб в модели) АФАР больше опирается на оценку, уменьшает ошибку по сравнению с измерением (рис. 4), при этом форма сигнала выравнивается (рис. 5).

B. Неизвестна функция измерения

В данном случае представлен – алгоритм начинает полностью опираться на предсказание.

Более интересен результат, в случае если изначальное направление прихода сигнала так же неизвестно. Тогда, если задать изначальный вектор его состояния единицами оценка все равно будет сходиться в определенных промежутках итераций итераций (рис. 6 и рис. 7).

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе предложена модель АФАР, работающей на принципах алгоритма Калмана. Были получены результаты оценки полезного сигнала, подтверждающие повышение помехозащищенности приемной антенной системы. Было выяснено, что работа АФАР с ограничениями возможна даже в условиях отсутствия данных об измерении и об изначальном угле прихода полезного сигнала.

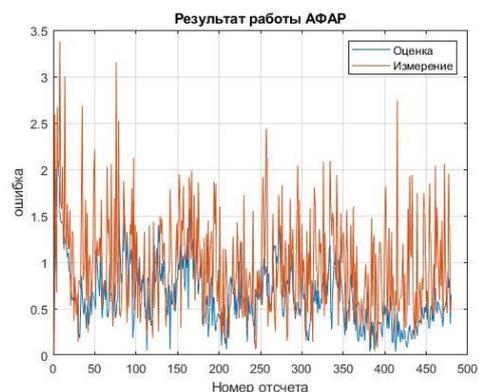


Рис. 4. Ошибка оценки и измерения при малом шуме

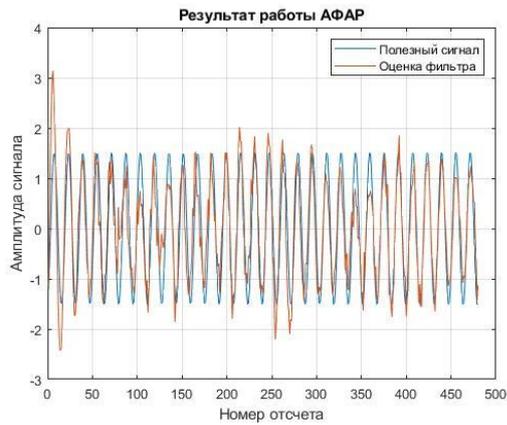


Рис. 5. Оценка при малом шуме

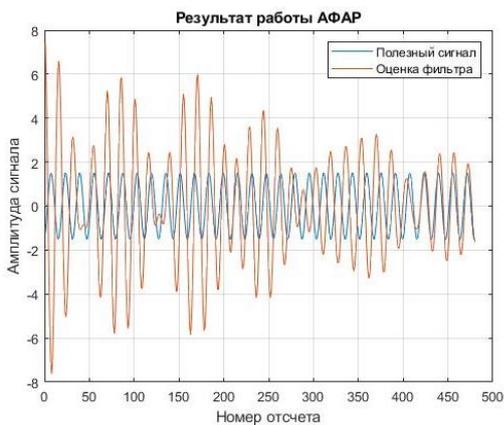


Рис. 6. Оценка при отсутствии измерения

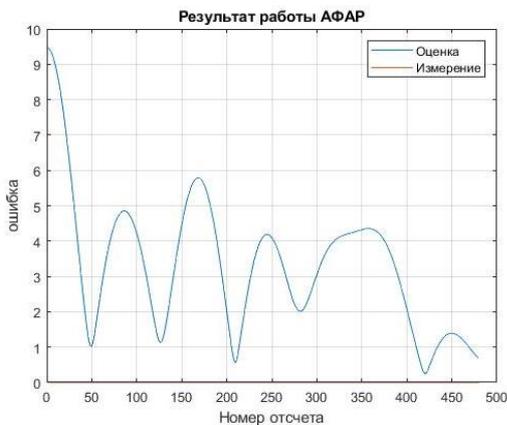


Рис. 7. Ошибка при отсутствии измерения

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Бойко И.А., Глушанков Е.И., Щедрин А.А. Методы оценки шума измерения приемной адаптивной антенной решетки, работающей на принципах Калмановской фильтрации // Всероссийская научно-техническая и научно-методическая конференция магистрантов и их руководителей: сб. лучших докладов: в 2 т. Т. 1. / сост. Н.Н. Иванов. Санкт-Петербург, СПбГУТ. 2023. 502 с.
- [2] Куликова М.В., Куликов Г.Ю. Численные методы нелинейной фильтрации для обработки сигналов и измерений // Вычислительные технологии. 2016. Т. 21. №. 4. С. 64–98.
- [3] Omgond P., Singh H. Constrained Kalman filter based interference suppression in phased arrays // 2014 IEEE International Microwave and RF Conference (IMaRC). IEEE, 2014. С. 286-289.
- [4] Ma H. et al. Kalman filtering and information fusion. Springer Singapore, 2020.
- [5] Лыгач А.Н., Давыденко И.Н. Исследование фильтра Калмана в курсе цифровой обработки сигналов // Информационные радиосистемы и радиотехнологии 2022: материалы научной технической конференции. С. 172–177.
- [6] Johansson L., Persson P. Conformal array antenna theory and design. John Wiley & sons, 2006. Т. 29.
- [7] Глушанков Е.И., Цветков Д.А. Робастный цифровой фильтр Калмана в задачах демодуляции сигналов в системах MIMO // СПбНТОРЭС, Труды ежегодной НТК, 2023, № 1, С. 105–106
- [8] Serra G.L. (ed.). Kalman filters: Theory for advanced applications. BoD—Books on Demand, 2018. Luo Q. et al. Low-cost smart antennas. John Wiley & Sons, 2019.
- [9] D. Yu, Y. Xia, L. Li, Z. Xing, and C. Zhu, “Distributed covariance intersection fusion estimation with delayed measurements and unknown inputs,” // IEEE Trans. Syst. Man Cybern. Syst., vol. 51, no. 8, pp. 5165–5173, 2021.
- [10] Z. Zheng, J. Zhao, L. Mili, Z. Liu, and S. Wang, “Unscented Kalman Filter-based unbiased minimum-variance estimation for nonlinear systems with unknown inputs,” // IEEE Signal Process. Lett., vol. 26, no. 8, pp. 1162–1166, Aug 2019.
- [11] M.B. Rhudy and Y. Gu, “Online stochastic convergence analysis of the Kalman Filter,” // Int. J. Stoch. Anal., vol. 2013, p. 240295, Nov 2013.