

# Списочный алгоритм демодуляции в системах MIMO при использовании модуляций высоких порядков

Гена Басбус, А. В. Рашич

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ghena.basbous@gmail.com, andrey.rashich@gmail.com

**Аннотация.** В данной статье предлагается схема демодуляции для систем MIMO на основе QR-разложения, способная достичь квазиоптимальной помехоустойчивости, требуя при этом вычислительных затрат полиномиального порядка, сравнимых с линейными демодуляторами. Алгоритм основан на поиске по дереву, который сопровождается списком путей, при этом количество запоминаемых путей ограничено. Предлагаемый алгоритм обеспечивает квазиоптимальную помехоустойчивость в системах MIMO  $8 \times 8$  и  $16 \times 16$  при использовании модуляций высоких порядков при относительно низкой вычислительной сложности.

**Ключевые слова:** технология MIMO; максимальное правдоподобие (МП); замирания Рэлея; QR-разложения; операции с плавающей запятой; помехоустойчивость; отношение сигнал/шум (ОСШ)

## I. ВВЕДЕНИЕ

Технология MIMO эффективно удовлетворяет растущим требованиям к скорости передачи данных (до 10 Гбит/с) и помехоустойчивости в каналах с замираниями без использования дополнительной полосы частот или увеличения мощности передачи [1]. Различные варианты технологии MIMO реализованы в существующих стандартах беспроводной передачи данных WiFi 802.11n, 802.11ac, 802.11ax, 5G, а также в перспективном стандарте 802.11be (системы 6G) [2].

Оптимальная демодуляция MIMO-сигналов осуществляется по принципу максимального правдоподобия (МП), который тестирует все гипотезы и возвращает ту, которая лучше всего отражает переданный сигнал, что приводит к оптимальной помехоустойчивости  $P_{out}$  для некодированных MIMO-систем [3]. При этом сложность алгоритма МП растет экспоненциально с числом передающих антенн; что делает этот подход непривлекательным при практической реализации, за исключением конфигураций MIMO низкого порядка [4].

Для снижения вычислительной сложности были разработаны демодуляторы на основе различных аппроксимаций [5]: линейные и нелинейные. К первым относятся демодуляторы ZF (Zero Forcing, приведения к нулю) и MMSE (Minimum Mean Square Error, минимальная среднеквадратичная ошибка). Ко вторым – алгоритмы последовательного исключения помех (SIC, Successive Interference Cancellation) [6] и их версия с использованием упорядочивания OSIC (Ordered SIC) [7]. Такие методы демодуляции имеют полиномиальную вычислительную сложность, в отличие от

экспоненциальной. При этом указанные алгоритмы обеспечивают значительно худшую помехоустойчивость по сравнению с алгоритмом МП, особенно при высоких уровнях ОСШ. Например, в системе MIMO  $4 \times 4$ /КАМ-16 MMSE обеспечивает  $P_{out} = 10^{-2}$  при ОСШ = 16 дБ, тогда как МП обеспечивает  $P_{out} \leq 10^{-5}$  [8].

В качестве компромисса между помехоустойчивостью и вычислительной сложностью были предложены алгоритмы на основе метода декодирования Чейза (CD, Chase Decoder) [9] и сферического декодирования (SD, Sphere Decoder) [10]. Основным недостатком алгоритма на основе CD является распространение ошибок [12]. Алгоритм демодуляции на основе SD обеспечивает оптимальную помехоустойчивость, обладая при этом переменной сложностью, зависящей от канала. В худшем случае сложность алгоритма остается экспоненциальной от количества антенн [13].

Предлагаемый алгоритм можно рассматривать как комбинацию методов SD и CD, но с фиксированной сложностью. Более того, помехоустойчивость, как и сложность можно регулировать с помощью параметров алгоритма.

Структура данной статьи следующая. В разделе II представлен метод демодуляции по МП для некодированной системы MIMO в канале с рэлеевскими замираниями. В разделе III описывается предложенный алгоритм демодуляции. Наконец, результаты анализа сложности и помехоустойчивости приведены в разделе IV.

## II. ДЕМОДУЛЯЦИЯ СИГНАЛОВ MIMO ПО МП

Рассмотрим систему MIMO без кодирования с  $N_t$  передатчиками и  $N_r$  приемниками в канале с рэлеевскими замираниями. Пусть  $\mathbf{s}$  обозначает вектор символов  $\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_{N_t}]$ , элементы которого выбираются независимо из комплексно-значного алфавита  $\Omega$  (например, КАМ). Вектор  $\mathbf{s}$  передается через канал с замираниями, описываемый матрицей канала  $\mathbf{H}(t) \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ . На стороне приема наблюдаемый сигнал  $\mathbf{y}$  ( $N_r$ -мерный вектор) выражается как:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \boldsymbol{\omega}, \quad (1)$$

где  $\boldsymbol{\omega}$  обозначает  $N_r$ -мерный вектор шума, состоящий из независимых комплексных гауссовских случайных величин. Задачей демодулятора MIMO в данной статье

является оценка вектора переданных символов  $\mathbf{s}$  по вектору  $\mathbf{y}$  при заданной  $\mathbf{H}$ .

#### A. Демодулятор МП

Оптимальные жёсткие решения, полученные демодулятором ММО, – это решения, полученные из вектора символов  $\hat{\mathbf{s}}$  в символьно-векторном созвездии  $\Omega^{N_t}$ , максимизирующие апостериорную вероятность (МАР) при условии наблюдаемого сигнала  $\mathbf{y}$ . Таким образом:

$$\hat{\mathbf{s}}_{ML} = \arg \min_{\mathbf{s} \in \Omega^{N_t}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2. \quad (2)$$

В этом смысле демодулятор МП может интерпретироваться как оптимизационная задача поиска по  $|\Omega|^{N_t}$  векторам-кандидатам. Такой алгоритм имеет экспоненциальную сложность от  $N_t$ , если реализован методом перебора.

#### B. Демодуляция ММО как проблема поиска по дереву

С помощью факторизации матрицы канала  $\mathbf{H}$  с помощью QR-разложения (разложения Холецки), где  $\mathbf{Q}$  – унитарная матрица размера  $N_r \times N_t$ , и  $\mathbf{R}$  – верхняя треугольная матрица размера  $N_t \times N_t$  с положительной диагональю [11], принятый сигнал в (1) можно переписать как:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{R}\mathbf{s} + \tilde{\mathbf{w}}, \quad (3)$$

где  $\tilde{\mathbf{y}} \square \mathbf{Q}^H \mathbf{y}$  и  $\tilde{\mathbf{w}} \square \mathbf{Q}^H \mathbf{w}$ . Используя (3) и треугольный характер  $\mathbf{R}$  евклидово расстояние в (2) может быть переписано следующим образом:

$$\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2 = \|\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{R}\mathbf{s}\|^2 = \sum_{i=1}^{N_t} \left| \tilde{y}_i - \sum_{j=i}^{N_t} R_{(i,j)} s_j \right|^2. \quad (4)$$

QR-разложение матрицы канала разбивает евклидово расстояние (ЕР) на сумму частичных евклидовых расстояний (ЧЕР), где значение первого члена зависит только от последнего символа вектора  $\mathbf{s}$ , а второго – от двух последних символов, и т. д. Таким образом, задача демодулятора МП переформулируется в задачу поиска по дереву, которая может быть решена рекурсивно.

Дерево состоит из  $N_t$  уровней, где каждый узел имеет  $|\Omega|$  дочерних узлов. Узел на  $k$ -м уровне определяется как последовательность символьных решений и их накопленных ЧЕР. Любая полная последовательность  $\{s_1, \dots, s_{N_t}\}$  называется листом (листовым узлом) и соответствует решению-кандидату.

Алгоритм МП сводится к посещению всех  $|\Omega|^{N_t}$  листьев и возвращению листа с минимальным накопленным ЧЕР. Сложность поиска может быть снижена за счет игнорирования определенных ветвей дерева в процессе поиска. Предложенный в настоящей статье алгоритм демодуляции сигналов ММО ограничивает поиск по дереву на каждом уровне заранее определенным числом ветвей.

### III. ПРЕДЛАГАЕМЫЙ АЛГОРИТМ ДЕМОДУЛЯЦИИ

Предлагаемый алгоритм можно представить как метод поиска по дереву, сопровождаемый списком путей, по которым приемник может следовать на каждом

уровне демодуляции. На каждом уровне, т. е. для каждого символа, алгоритм расширяет каждый выживший узел с предыдущего уровня до  $C$  ветвей, представляющих ближайшие  $C$  символов созвездия к текущему символу. После этого алгоритм сохраняет лучшие  $L$  путей, дающих наименьшую метрику, и отбрасывает оставшиеся пути. Когда достигается последний уровень, алгоритм выдает путь с минимальным весом в качестве демодулированного вектора. Соответственно, параметры алгоритма  $C$  и  $L$  могут принимать любое целое значение в диапазоне  $1 \leq C \leq |\Omega|$  и  $1 \leq L \leq C^2$ , в зависимости от требуемого компромисса между вычислительной сложностью и помехоустойчивостью.

Согласно (3) и используя верхний треугольный характер  $\mathbf{R}$ , алгоритм вычисляет оценку  $\tilde{s}_{N_t} = \tilde{y}_{N_t} / R_{(N_t, N_t)}$  и строит список ближайших  $C$  символов созвездия к  $\tilde{s}_{N_t}$  следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{s}_{N_t}^1 &= \min_{s \in \Omega} |s - \tilde{s}_{N_t}| \\ \hat{s}_{N_t}^2 &= \min_{s \in \Omega / \{\hat{s}_{N_t}^1\}} |s - \tilde{s}_{N_t}| \\ &\vdots \\ \hat{s}_{N_t}^C &= \min_{s \in \Omega / \{\hat{s}_{N_t}^1, \dots, \hat{s}_{N_t}^{C-1}\}} |s - \tilde{s}_{N_t}| \end{aligned} \quad (5)$$

Используя первый член суммы в (4), каждый кандидат  $\hat{s}_{N_t}$  сопровождается своим весом  $\omega$ , т. е. ЧЕР, следующим образом:

$$\omega_i = \left| \tilde{y}_{N_t} - R_{(N_t, N_t)} \hat{s}_{N_t}^i \right|^2, \quad i = 1, \dots, C. \quad (6)$$

Из (5) видно, что для второго слоя демодуляции, т. е. оценки  $\hat{s}_{N_t-1}$ , необходимо знать  $\hat{s}_{N_t}$ , следовательно, вычисляется  $C$  различных оценок  $s_{N_t-1}$ . Для каждой оценки  $\tilde{s}_{N_t-1}^i$ , получается список из  $C$  символов-кандидатов таким же образом, как и для первого символа. В результате вычисляется  $C^2$  подвектора-кандидата  $\{\hat{s}_{N_t}^i, \hat{s}_{N_t-1}^j\}$ , где  $i = 1, \dots, C$ , и  $(i-1)C + 1 \leq j \leq iC$ .

Вес каждого символа-кандидата  $\hat{s}_{N_t-1}^j$  вычисляется из второго члена суммы в (4), который затем накапливается до веса узла, из которого появился этот кандидат. На рис. 2 показано древовидное представление предложенного алгоритма.

Из множества  $C^2$  сгенерированных путей сохраняются только лучшие  $L$  путей, дающие минимальные накопленные ЧЕР. Затем алгоритм рекурсивно расширяет  $L$  выживших узлов и отбрасывает остальные, пока не будет достигнут последний уровень демодуляции. На этом уровне алгоритм возвращает путь с минимальным накопленным ЧЕР.

На рис. 1 приведен пример процессов расширения и отбрасывания, выполняемых предложенным алгоритмом, при  $C = 3$  и  $L = 4$  в системе  $4 \times 4$  ММО. Окончательное решение принимается на последнем

уровне демодуляции, где возвращаемый листовый узел имеет минимальный накопленный ЧЕР, который равен общему EP между полученным вектором и возвращаемой последовательностью, представленной этим листовым узлом. Путь, нарисованный сплошными линиями на рис. 2, иллюстрирует возвращенную полную последовательность.

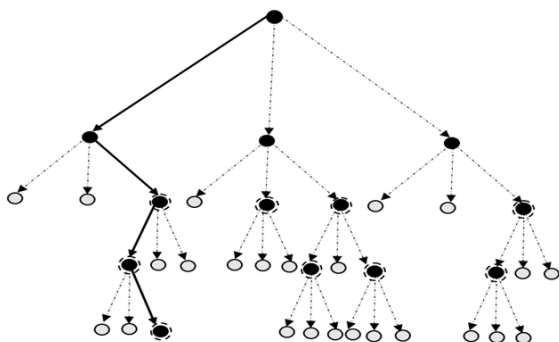


Рис. 1. Древоидное представление алгоритма с  $C=3$  и  $L=4$

#### IV. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

На рис. 2 показана зависимость коэффициента битовых ошибок  $P_{ou}$  от соотношения  $E_b/N_0$  при использовании КАМ-64 в системе  $4 \times 4$  ММО. Из рис. 4 видно, что энергетический проигрыш при использовании предложенного алгоритма с параметрами  $(C, L) = (4, 13)$  составляет менее 0,5 дБ при  $P_{ou} = 10^{-4}$ .

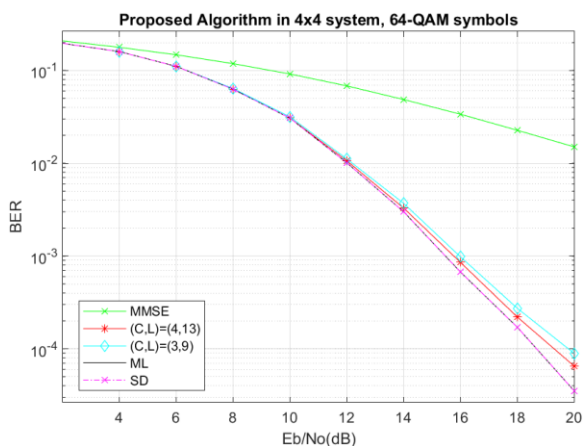


Рис. 2. Помехоустойчивость приема в системе ММО  $4 \times 4$  с КАМ-64 для предложенного алгоритма при различных  $(C, L)$

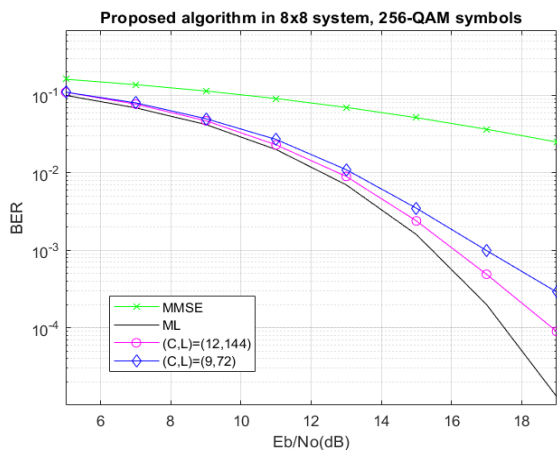


Рис. 3. Помехоустойчивость приема в системе ММО  $8 \times 8$  с КАМ-256 для предложенного алгоритма при различных  $(C, L)$

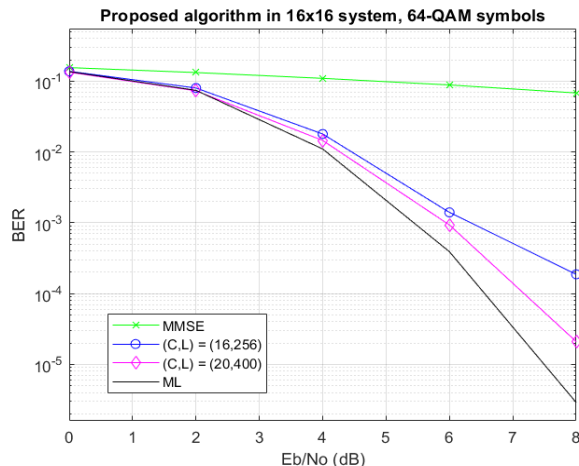


Рис. 4. Помехоустойчивость приема в системе ММО  $16 \times 16$  с КАМ-64 для предложенного алгоритма при различных  $(C, L)$

На рис. 3 и 4 показаны кривые помехоустойчивости при применении предложенного алгоритма в более сложном сценарии: ММО  $8 \times 8$  с КАМ-256 и ММО  $16 \times 16$  с КАМ-64, соответственно.

В табл. I показана вычислительная сложность различных алгоритмов демодуляции ММО в рассмотренных сценариях.

ТАБЛИЦА I. СЛОЖНОСТЬ ДЕМОДУЛЯТОРОВ ММО

Алгоритм	Сложность (FLOPs)		
	$4 \times 4$ ММО с КАМ-64	$8 \times 8$ ММО с КАМ-256	$16 \times 16$ ММО с КАМ-64
МП	$10^9$	$10^{22}$	$10^{32}$
MMSE	$1.6 \cdot 10^3$	$1.3 \cdot 10^4$	$10^5$
ПА	$2 \cdot 10^4$ $(C, L) = (4, 13)$	$5 \cdot 10^6$ $(C, L) = (12, 144)$	$5 \cdot 10^7$ $(C, L) = (20, 400)$

Из рис. 3 и 4 видно, что с увеличением числа передатчиков проблема распространения ошибок проявляется все отчетливее из-за последовательной природы предложенного алгоритма. Тем не менее, ухудшение помехоустойчивости можно в некоторой степени контролировать, увеличивая значения  $C$  и  $L$ . При  $(C, L) = (12, 144)$  и  $(20, 400)$ , энергетический проигрыш составляет около 0,5 дБ при  $P_{ou} = 10^{-4}$ , но сложность алгоритма возрастает до  $5 \cdot 10^6$  и  $5 \cdot 10^7$  FLOPs соответственно. Тем не менее, это все равно намного меньше, чем сложность МП в данном случае, которая составляет порядка  $10^{22}$  и  $10^{32}$  FLOPs. В этих же двух сценариях демодулятор MMSE требует  $\approx 10^3$  и  $10^4$  FLOPs, что примерно в 10-100 раз меньше, чем у предлагаемого демодулятора, но помехоустойчивость последнего явно выше.

#### V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей статье предложен вычислительно эффективный ММО демодулятор, который достигает квазиоптимальной помехоустойчивости в системах ММО (до  $16 \times 16$ ).

Использование многоантенных систем ММО требует увеличения значений параметров алгоритма  $(C, L)$  для сохранения относительно хорошей помехоустойчивости, поскольку увеличение порядка ММО приводит к увеличению количества интерферирующих слоев, а значит, на помехо-

устойчивость значительное влияние оказывает проблема распространения ошибок. Поскольку параметры  $(C, L)$  не могут быть увеличены на порядки из-за чрезмерно возрастающей сложности, квазиоптимальная помехоустойчивость предложенного алгоритма не гарантируется при высоких порядках MIMO.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] A.J. Paulraj, D.A. Gore, R.U. Nabar and H. Bolcskei, «An overview of MIMO communications – a key to gigabit wireless» // Proc. of IEEE vol. 92, no. 2, pp. 198–218, February (2004).
- [2] M.G. Bakulin, V.B. Kreyndelin and D. Yu. Pankratov, «Application of MIMO technology in modern wireless communication systems of different generations» // T-Comm, vol. 15, no. 4, (2021).
- [3] Lin Bai, Jinho Choi. «Low Complexity MIMO Detection», Springer New York. (2012).
- [4] Micaela Troglia Gamba. «Algorithms and architectures for the detection of MIMO signals». Micro and nanotechnologies // Microelectronics. Télécom Bretagne; Université de Bretagne Occidentale (2011).
- [5] Mirsad Cirkic. «Efficient MIMO Detection Methods», Linköping University, SE-581 83 Linköping, Sweden (2014).
- [6] P.W. Wolniansky, G.J. Foschini, G.D. Golden, and R.A. Valenzuela, «VBLAST: An architecture for realizing very high data rates over the rich-scattering wireless channel» // In Proc. of URSI ISSSE, (1998).
- [7] Mandloi M, Bhatia V. Ordered iterative successive interference cancellation algorithm for large MIMO detection. // In: Signal Processing, Informatics, Communication and Energy Systems (SPICES), 2015 IEEE International Conference on. IEEE; (2015).
- [8] B.R. Sofien and V. Kreyndelin, «Study of Interference Immunity of MMSE, ZF, and ML Demodulation Algorithms in MIMO Systems Under High-Order Modulation». SYNCHROINFO, Russia, (2023)
- [9] Waters DW, Barry JR «The Chase family of detection algorithms for MIMO channels» // In: Proc IEEE Globecom (2004).
- [10] Y. Yang, «A Review of Sphere Decoding for MIMO Systems and Its Improvement» // Int. Conf. on WiCOM (2010).
- [11] T. Lyche, «Numerical Linear Algebra and Matrix Factorizations». Springer (2020).
- [12] B. Hassibi, H. Vikalo. «Sphere Decoding Algorithms for Digital Communications». PhD Thesis at Stanford University, (2003).
- [13] G. M G, S. T and R. Cherian, «FPGA Implementation of Sphere Decoding in MIMO Systems: Challenges Solutions and Design issues» // IEEE (RASSE), Kerala, India, (2023).