

# Оптическая реализация согласованной фильтрации М-последовательностей с их представлением в виде двумерных матриц

А. П. Лавров<sup>1</sup>, Д. А. Семина<sup>2</sup>, С. И. Иванов<sup>3</sup>, С. В. Розов<sup>4</sup>

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

<sup>1</sup>lavrov\_ap@spbstu.ru, <sup>2</sup>semina.da@edu.spbstu.ru, <sup>3</sup>ivanov\_si@spbstu.ru, <sup>4</sup>rozov\_sv@spbstu.ru

**Аннотация.** Моделируется работа когерентного оптического процессора с голографическим фильтром, позволяющего обнаружить псевдослучайные М-последовательности без ограничений на начальную позицию в последовательности.

**Ключевые слова:** М-последовательность; двумерная матрица; голографический фильтр; когерентный оптический процессор; корреляционный отклик; инвариантность

## I. ВВЕДЕНИЕ

В работе рассматривается когерентный оптический процессор, предназначенный для работы со сложными сигналами – сигналами с большой базой. Такого рода сигналы имеют великоколепные корреляционные свойства. Они нашли применение в радиолокации, связи и др. системах, поскольку при согласованной обработке позволяют существенно увеличить отношение сигнал/шум в системе. К сигналам с большой базой относятся ЛЧМ сигналы, сигналы на основе бинарных псевдослучайных последовательностях (ПСП), и другие виды сигналов также [1].

Сигналы в виде ПСП имеют большую длину  $N$  – большое число элементов в последовательности, и даже при одной и той же длине ПСП сигналы могут начинаться (формироваться) с любого элемента в этой последовательности. Т. о., количество разных ПСП одной длины  $N$  весьма значительное. Это обстоятельство приводит к необходимости выполнять корреляционную обработку (или согласованную фильтрацию) в параллельных каналах системы обработки, число которых равно длине ПСП.

Существенно снизить объем аппаратуры обработки позволяет переход от линейного представления ПСП сигналов к их двумерному (2D) представлению в виде прямоугольного массива [2, 3, 4]. При таком представлении естественно применение оптических процессоров, которые по своей природе являются двумерными и выполняют параллельную обработку входных 2D сигналов. Экспериментально работа когерентного оптического процессора (КОП) была показана в [5], где рассматривалась ПСП длительностью 63 элемента, «свернутая» в матрицу  $9 \times 7$ , и соответствующий этой ПСП 2D транспарант для изготовления согласованного фильтра (но реализованного в виде голограммы). КОП имел традиционную структуру – «схема 4f» с фильтром-транспарантом в его частотной плоскости [6].

Нами ставится задача подробного исследования работы КОП с сигналами в виде ПСП с различными длинами – 63, 255 и более элементов. ПСП создаются как последовательности максимальной длины – как М-последовательности [1]. Метод исследования – моделирование с применением специализированного пакета GLAD, предназначенного для расчетов когерентных и лазерных оптических систем [7].

## II. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

### A. Структура КОП с согласованным фильтром в частотной плоскости

Схема КОП, предназначенного для корреляционной обработки 2D информации, в том числе, и с комплексным – амплитудно-фазовым ее содержанием, представлена на рис. 1. Эта схема в литературе известна как «схема 4f» [6]. КОП реализует операцию 2D корреляции двух 2D сигналов согласно алгоритму «ПФ-Умножение-ПФ-1» («ПФ» – преобразование Фурье). В КОП установлены 2 тонкие сферические линзы  $L_1$  и  $L_2$  с фокусными расстояниями  $f$ , выполняющие (при указанной геометрии их расположения относительно плоскостей  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ) 2D преобразования Фурье, а тонкий транспарант, установленный в пл.  $P_2$ , – операцию «умножение спектров» [6].

Операция кросс-корреляции  $g_{12}(x,y)$  двух комплекснозначных 2D функций  $g_1(x,y)$  и  $g_2(x,y)$  весьма трудоемка. В операторном виде  $g_{12} = g_1 \bullet g_2$ , где  $\bullet$  – знак операции корреляции. Значительно меньше операций требуется при вычислении  $g_{12}(x,y)$  по алгоритму «ПФ-Умножение-ПФ<sup>-1</sup>». Напомним необходимые для таких вычислений действия:  $G_1(\xi,\eta) = F\{g_1(x,y)\}$ ,  $G_2(\xi,\eta) =$

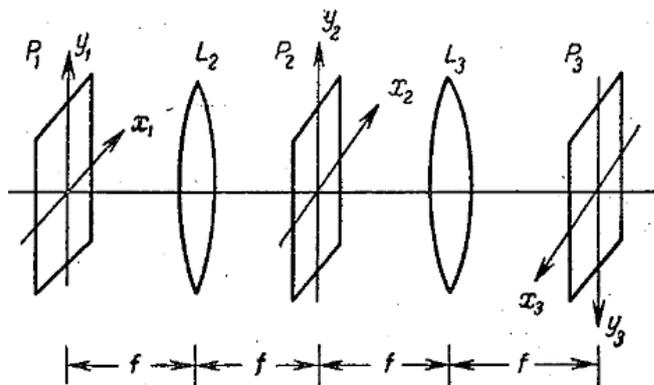


Рис. 1. Схема КОП для корреляционной обработки 2D информации

$F\{g_2(x,y)\}$ ,  $G_T(\xi,\eta) = G_2^*(\xi,\eta)$ ,  $G_R(\xi,\eta) = G_1(\xi,\eta) \cdot G_T(\xi,\eta)$ ,  $g_{12} = F^{-1}\{G_R(\xi,\eta)\}$ . Здесь  $F\{g(x,y)\}$  и  $F^{-1}\{G_R(\xi,\eta)\}$  – операторная запись прямого и обратного преобразований Фурье. Важно отметить, что для 2D функций операции преобразования Фурье и умножения в оптике реализуются «весьма естественно» [6]. Распределения комплексной амплитуды оптического излучения в передней  $U_1(x_1,y_1)$  и задней  $U_2(x_2,y_2)$  связаны соотношением:

$$U_2(x_2,y_2) = C^* \iint_{-\infty}^{\infty} U_1(x_1,y_1) e^{j2\pi(x_1x_2+y_1y_2)/\lambda f} dx_1 dy_1 = C^* U(\xi,\eta), \quad (1)$$

где  $\xi = x_2/\lambda f$  и  $\eta = y_2/\lambda f$  – пространственные частоты,  $C$  – комплексная константа.

Пространственный фильтр в частотной плоскости P2 есть или СФ в виде транспаранта с комплексным коэффициентом пропускания  $G_T(\xi,\eta)$ , или амплитудная голограмма  $G_H(\xi,\eta)$ , на которой записан 2D спектр «целевого» сигнала. Пространственные координаты  $(x_2,y_2)$  в пл. P2 однозначно связаны с пространственными частотами  $(\xi,\eta)$ . Вторая линза  $L_2$  также выполняет интегральное преобразование (1) и формирует 2D корреляционную функцию.

### В. Генерация псевдослучайных последовательностей

В данной работе рассматриваются ПСП в виде M-последовательностей. Для их генерации применяются цифровые схемы – регистры сдвига (РС) с обратными связями, называемые «цифровыми автоматами». На рис. 2 приведена общая схема цифрового автомата генерации M-последовательности (в виде «1» и «0»).

Она представляет собой схему последовательного n-каскадного РС (с общим тактированием всех его триггеров  $T_k$ ), в обратной связи которого в общем случае используются все n его выходов. «Сигналы»  $x_k$  с выходов РС (они – в виде «1» и «0») поступают на схему суммирования «по модулю 2» с весовыми коэффициентами  $c_k$  ( $c_k = \langle 0 \rangle$  или  $\langle 1 \rangle$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ ), и выход этой схемы суммирования поступает на вход 1-го каскада РС.

Для генерации на основе РС M-последовательностей разной длины  $N$  найдены необходимые весовые коэффициенты  $c_k$  в цепи обратных связей РС [1]. Эти коэффициенты образуют т.н. характеристические многочлены. РС с весовыми коэффициентами  $c_k$  из характеристического полинома генерирует уникальную M-последовательность с длиной  $N = 2^n - 1$ . Например, для генерации M-последовательности длиной  $N = 2^6 - 1 = 63$  элемента можно использовать характеристические полиномы  $c_1c_2c_3c_4c_5c_6$  в виде 000011, или 010111, или

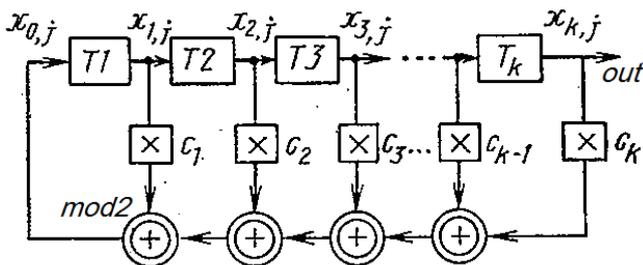


Рис. 2. Цифровой автомат генерации M-последовательности

100111, или 100001, или 100111, или 101101, или 110011. Для моделирования наиболее простых из них полиномы 000011 и 100001. Заметим также, что для каждого из этих 7 полиномов  $c_1c_2c_3c_4c_5c_6$  генерируемая в РС аperiodическая (один период) M-последовательность будет уникальной в зависимости от исходного состояния РС (которое может быть любым, исключая состояние 000000). Т.о., можно различать  $7 \times 63$  разных аperiodических M-последовательностей одной длины  $N = 63$  элемента.

Для генерации M-последовательности с длиной  $N = 255$  элементов РС содержит 8 триггеров, и число порождающих полиномов  $c_1c_2c_3c_4c_5c_6c_7c_8$  составляет 16. В случае M-последовательностей с длиной  $N = 1023$  элемента РС содержит уже 10 триггеров, а число порождающих полиномов  $c_1c_2c_3c_4c_5c_6c_7c_8c_9c_{10}$  составляет 60 [1]. С учетом  $2^{10} - 1$  разрешенных исходных состояний РС можно различать  $60 \times 1023$  разных аperiodических M-последовательностей одной длины  $N = 1023$  элемента.

Далее мы будем исследовать работу КОП с входными сигналами в виде M-последовательностей с длиной 63 и 255 элементов.

Рассмотрим M-последовательность длиной  $N = 63$ . Она сгенерирована в 6-разрядном РС с обратными связями в соответствии с полиномом 000011, т.е. с отводами от 5 и 6 триггеров:  $x_0 = \text{mod}2(x_5 + x_6)$ . РС генерирует периодическую 63-значную ПСП, один период которой таков (начальное состояние РС = 101110):

$$10111011001101010111110000010000110001010011110100011100100101 \quad (2)$$

При «стандартном подходе» по корреляционному обнаружению такой ПСП нужен «эталон» такой же длины  $N=63$ . ПСП может генерироваться, начиная с любого заранее неизвестного элемента, в этом случае для ее обнаружения необходимы 63 параллельных каналов или согласованных фильтров, что является достаточно ёмкой задачей.

### С. Формирование двумерного транспаранта – согласованного фильтра

Избежать построения 63 СФ (или работы по 63 параллельным каналам) можно при переходе от линейного представления ПСП к ее 2D представлению [5], в котором 63-значная ПСП представляется в виде матрицы  $9 \times 7$  с последовательным от верхнего левого угла построчным заполнением ее элементов, рис. 3.

Корреляционные свойства двоичных последовательностей, представленных в виде матриц, активно исследовались [2, 3, 4].

ПСП, представленную в виде матрицы, согласно [5] будем обнаруживать с помощью 2D маски размером  $17 \times 13$ , которая формируется следующим образом.

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |

Рис. 3. Представление 63-значной ПСП в виде матрицы  $9 \times 7$

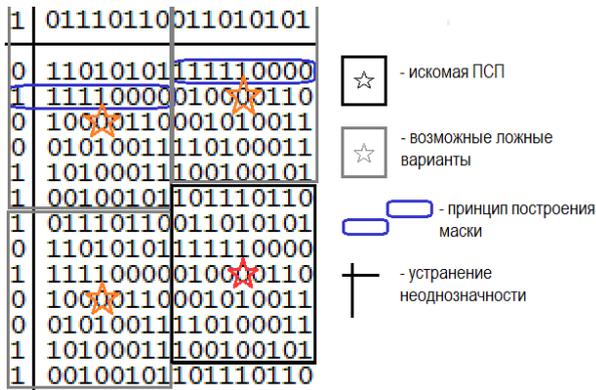


Рис. 4. Маска для обнаружения ПСП

Выбор любого начального положения  $i$  элемента ПСП и записи следующих 18 элементов  $x_i$  ( $i, \dots, i+17$ ) на первой строке маски. Элементы, записанные на второй строке маски, начинаются с 9 элемента  $x_{i+8}$  после выбранного начального положения, и их также 18, и т. д. Таким методом формируется матрица  $18 \times 14$ . Для получения именно маски  $17 \times 13$  (для устранения неоднозначности в работе 2D коррелятора) из матрицы удаляются первые строка и столбец. Рис. 4 поясняет процедуру формирования маски. Как можно видеть из рис. 4, на маске присутствуют все 63 ПСП, начинающиеся с любого начального элемента в «исходной» ПСП, см. (2). Такая маска для любой из 63 ПСП дает положение корреляционного пика (см. «звездочку») в месте расположения элемента маски, являющегося центральным элементом для каждой из 63 ПСП. Положения пиков находятся в центральной области маски размером  $9 \times 7$ . Вне этой области будут отклики меньшей величины.

Таким образом, при использовании в КОП в его частотной пл. P2 транспаранта в виде СФ (или голограммы), соответствующего сформированной выше маске, на выходе КОП ожидаем увидеть корреляционный максимум в месте расположения элемента маски, являющегося центральным элементом искомой ПСП.

По полученной выше маске  $M(x,y)$  формируется транспарант  $t_M$  для его установки в КОП в его частотной пл. P2:  $t_M = U_M^*$ , где  $U_M = F\{M(x,y)\}$  – 2D спектр маски,  $U_M(x,y) = |U_M(x,y)| \cdot \exp[j\phi(x,y)]$ . Транспарант с такой комплексной  $t_M$  действует как СФ.

Для получения амплитудного транспаранта  $t_G$  – голограммы – производится регистрация спектра  $U_M$  с применением наклонной опорной волны  $U_0 \cdot \exp(-j2\pi\alpha y)$ , где  $\alpha = \sin\theta/\lambda$  – пространственная частота опорной волны,  $\theta$  – угол ее наклона в плоскости  $(y,z)$ ,  $U_0 > |U_M|$ . Коэффициент пропускания  $t_G$  голограммы пропорционален распределению интенсивности  $I = |U_M + U_0 \cdot \exp(-j2\pi\alpha y)|^2$ :

$$t_G = |U_0|^2 + |U_M|^2 + U_0 \cdot U_M \cdot \exp(+j2\pi\alpha y) + U_0 \cdot U_M^* \cdot \exp(-j2\pi\alpha y),$$

$$t_G = |U_0|^2 + |U_M|^2 + 2U_0 \cdot |U_M(x,y)| \cdot \cos[2\pi\alpha y + \phi(x,y)]^2. \quad (3)$$

Откуда видно, что вся информация о спектре маски  $U_M(x,y)$  (модуль, фаза) записана в виде

интерферограммы на пространственной несущей частоте  $\alpha$ . На выходе КОП с амплитудным транспарантом в пл. P2 в виде голограммы  $t_G$  формируется 4 отклика (2D распределения интенсивности). 2 из них расположены на оси системы и являются мешающими. 2 других отклика представляют собой 2D свертку и 2D корреляцию входного 2D сигнала и маски  $M(x,y)$ . Эти 2 отклика разнесены от оси системы на расстояние  $f \cdot \sin\theta$  по «у» [6].

#### D. Моделирование работы КОП в пакете GLAD

Для подробного исследования работы процессора нами использовался пакет GLAD фирмы Applied Optics Research (США), предназначенный для детальных разнообразных расчетов сложных оптических систем, использующих лазерное излучение [7]. GLAD позволяет сформировать разнообразные амплитудно-фазовые распределения (АФР) на плоскости и пересчитывать их при распространении излучения, учитывая действие установленных различных оптических элементов и многое другое.

Пакет GLAD мы использовали для моделирования работы разных оптических процессоров: пеленгатора – частотомера для фазированных антенных решеток [8], акустооптического процессора для сжатия ЛЧМ сигналов большой длительности [9] и др.

На рис. 5а показана ПСП с 63 элементами с ее представлением в виде 2D матрицы размером  $9 \times 7$ . В таком виде все обрабатываемые ПСП-63 представляются на входе КОП – в пл. P1. На рис. 5б приведена структура маски размером  $17 \times 13$ , построенной по приведенной выше методике по матрице на рис. 5а. Управляемые 2D транспаранты (модуляторы) для ввода сигналов могут быть разного типа – жидкокристаллические, микрозеркальные и др. [10, 11]. Они могут быть амплитудными или фазовыми. На рис. 5 для простоты восприятия показано применение бинарного амплитудного транспаранта.

Далее приведены результаты моделирования для КОП с фазовым транспарантом на входе. Элементы ПСП представлены с одинаковой интенсивностью, но с разной фазой  $\phi$ : «0» –  $\phi = 180$  градусов, «1» –  $\phi = 0$ .

Рис. 6а показывает спектр маски – сечение комплексного распределения  $U_M(x, y=0)$ , а рис. 6б – соответствующее сечение  $t_G(x, y=0)$  уже для голограммы. Пунктиром показано распределение фазы.

На рис. 7 приведено распределение на выходе КОП в области, соответствующей расположением корреляционных откликов. Прямоугольником выделена область расположения главных максимумов. Побочные максимумы соответствуют частичному перекрытию ПСП с маской. Соотношения амплитуд (здесь – оптическая интенсивность) в этом примере таковы: 1: 0.79: 0.58: 0.51, в соответствии с площадями перекрытия.

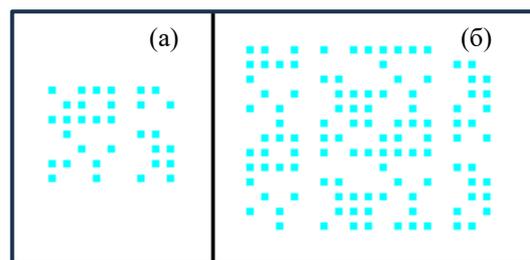


Рис. 5. 2D ПСП – (а) и соответствующая ей 2D маска (б)

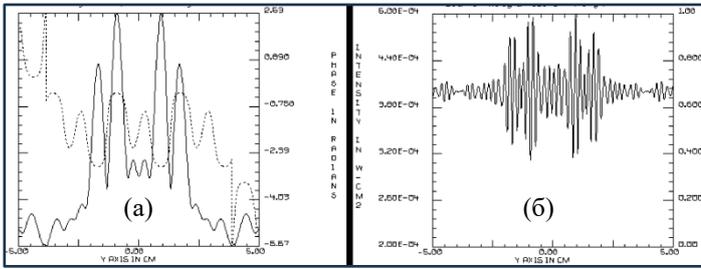


Рис. 6. Спектр маски – (а) и голограмма с записью спектра маски – (б)

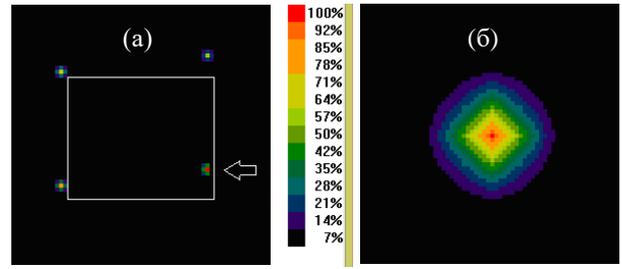


Рис. 7. Корреляционные отклики на выходе – (а) и главный отклик подробнее – (б)

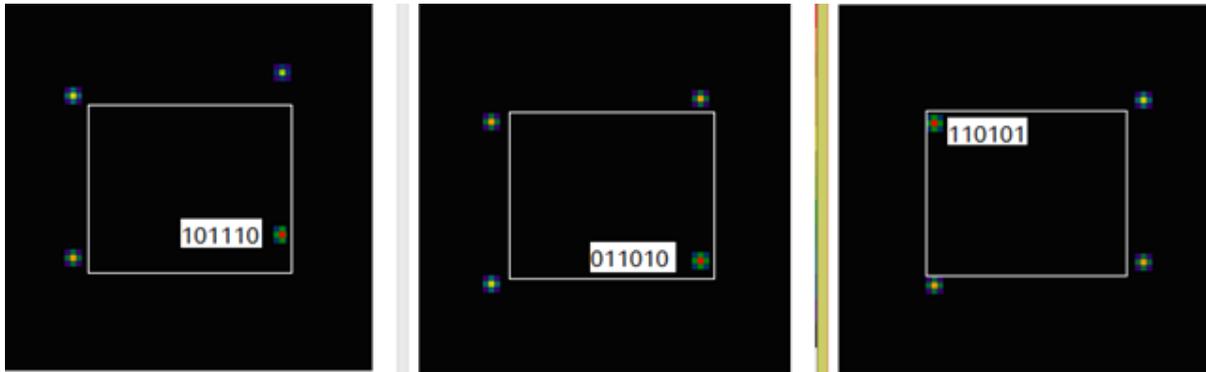


Рис. 8. Положение корреляционных откликов при разном начале ПСП

На рис. 8 приведено выходное распределение для трех ПСП, начинающихся с первоначальной загрузки РС состояниями 101110 – (а), 011010 – (б), 1110101 – (в). В случаи (б) и (в) 2D ПСП полностью попадает в маску, и занимают в ней «крайние» угловые положения: справа внизу и слева вверху, рис. 4.

### III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведены детальные исследования работы когерентного оптического процессора по корреляционному обнаружению сигналов в виде М-последовательностей. Последовательность, генерируемая регистром сдвига с заданными обратными связям, может начинаться с любого исходного состояния РС. КОП формирует корреляционный отклик, положение которого в выходной плоскости однозначно связано с начальным состоянием РС. Обрабатываемые М-последовательности представляются на входе КОП в виде 2D матрицы с применением управляемых транспарантов – пространственных модуляторов.

В КОП можно применить жидкокристаллические или микрозеркальные модуляторы, которые в настоящее время имеют размерность до 4Кх4К и более пикселей. Для регистрация оптических распределения используются ПЗС-матрицы, размерность которых составляет до 4Кх4К и более пикселей. Таким образом, исследуемый КОП позволяет реализовать инвариантное корреляционное обнаружение сигналов в виде М-последовательностей с длиной до 1023 элементов и более.

Использованный при оптическом моделировании пакет GLAD имеет уникальные возможности по расчету амплитудно-фазовых распределений в сложных оптических системах.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. М.: Радио и связь, 1985. 384 с.
- [2] Spann R. A two-dimensional correlation property of pseudorandom maximal length sequences // Proc. IEEE. 1965. Vol. 53. No. 12. P. 2137.
- [3] Luke H.D., Busboom A. Binary arrays with perfect odd-periodic autocorrelation // Applied optics. 1997. Vol. 36. No. 26. P. 6612-6619.
- [4] Svalbe1 I.D., Tirkel A.Z. Extended families of 2D arrays with near optimal auto and low cross-correlation // EURASIP Journal on Advances in Signal Processing. 2017. 19 p.
- [5] Casasent D, Kessler D. Optical signal processing using long coded waveforms // Optics Communications. 1978. Vol. 17. No. 3. P. 242-244.
- [6] Гудмен Д. Введение в Фурье-оптику / Пер. с англ. М.: Мир, 1970. 364 с.
- [7] General Laser Analysis and Design (GLAD). <https://aor.com/html/glad.html>.
- [8] Лавров А.П., Пулин М.Ю. Моделирование работы оптического Фурье-процессора сигналов линейной антенной решетки. Применение пакета GLAD // В книге: Научная сессия НИЯУ МИФИ-2011. Научно-техн. конференция-семинар по фотонике и информационной оптике: Сб. научных трудов. М.: Изд-во НИЯУ МИФИ. 2011. С. 177-178.
- [9] Лавров А.П., Иванов С.И. Акустооптоэлектронный процессор ЛЧМ-радиосигналов большой длительности с согласованной фильтрацией по скользящим сегментам сигнала // XIII Межд. конф. по Фотонике и Информационной оптике: Сб. научных трудов. М.: Изд-во НИЯУ МИФИ, 2024. С. 563-564.
- [10] Кузьмин М.С., Рогов С.А. Оптический Фурье-процессор с жидкокристаллическим устройством ввода информации // Оптический журнал. 2015. Т. 82. № 3. С. 23–29.
- [11] Евтихийев Н.Н., Краснов В.В., Молодцов Д.Ю., Родин В.Г., Стариков Р.С., Черёмхин П.А. Применение микрозеркального модулятора света для оптического кодирования с временным интегрированием // Автметрия. 2020. Т. 56. № 2. С. 34-41.