

Анализ возможностей синтеза оптимальных FTN сигналов с ограничением на пик-фактор при разной символьной скорости

К. Ю. Вчерашнев, С. В. Завьялов

*Институт физики, нанотехнологий и телекоммуникаций
Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого*

k.vcherashnev@gmail.com, zavyalov_sv@spbstu.ru

Аннотация. Разработана методика оптимизации огибающей для FTN сигналов с ограничением на пик-фактор при разной символьной скорости. Предложен вариант численного решения для получения коэффициентов разложения огибающей в ряд Фурье. Получены огибающие FTN сигналов для различных ограничений пик-фактора излучаемых колебаний. Проанализированы граничные случаи применимости предложенного подхода.

Ключевые слова: FTN; оптимизация; пик-фактор; помехоустойчивость приёма

I. ВВЕДЕНИЕ

Развитие цифровых систем передачи сообщений тесно связано с проблемой эффективного использования радиочастотного ресурса [1–2]. Особенно актуально это для хорошо освоенных участков спектра, которые используются как уже ставшими классическими технологиями – мобильной связью, радиовещанием, спутниковой навигацией, так и новыми – цифровым телевидением, Wi-Fi, системой «Умный дом» и другими, список которых постоянно пополняется. Всем им выделяется ограниченная полоса частот, что неизбежно приводит к возникновению проблем, характерных для беспроводных каналов: многолучевое распространение сигнала, внеполосные излучения соседних каналов, импульсные помехи и т. д. Одной из возможностей повышения эффективности использования радиочастотного ресурса является применение спектрально-эффективных сигналов. В частности, это одно из важнейших условий практической реализации сетей стандартов 5G и 6G [3].

Начиная с четвёртого поколения мобильной связи технология ортогонального частотного уплотнения (OFDM – Orthogonal frequency division multiplexing) стала базовой [4–5]. Одним из главных её недостатков является высокое отношение величины пиковой мощности к средней (PAPR), что ухудшает энергетическую эффективность усилителя передатчика. В качестве альтернативы в стандарте 6G рассматривается возможность перехода к одночастотным сетям. Это становится возможным вследствие использования более высоких частот и более плотного размещения базовых станций, что приводит к ослаблению эффекта многолучевости, борьба с которым была одной из причин применения технологии OFDM [6–7]. В связи с этим спектральная эффективность $R/\Delta F$ (R – символьная скорость, ΔF – занимаемая полоса частот) используемых сигналов становится важнейшим критерием их выбора.

Для систем «Beyond 5G» и «Pre-6G» в качестве возможных одночастотных сигналов рассматриваются сигналы FTN (faster-than-Nyquist), синтезируемые в ходе решения оптимизационной задачи с различным набором ограничений. А одним из способов повышения спектральной эффективности и скорости передачи информации для таких сигналов является увеличение символьной скорости. Но при этом из-за эффекта взаимной корреляции увеличивается и пик-фактор, что в ряде случаев делает неприемлемым выбор таких сигналов в качестве базовых для современных систем связи даже при лучшей спектральной эффективности относительно других классов рассматриваемых сигналов.

Существует большое количество методов снижения величины пик-фактора, но их использование влечёт за собой ряд недостатков. Так, амплитудное ограничение приводит к увеличению занимаемой полосы частот и снижению помехоустойчивости, канальное кодирование приводит к уменьшению скорости передачи информации, вероятностный метод связан с большими вычислительными затратами и т. д. [8–10]. При этом в данных условиях выглядит перспективным снижение величины пик-фактора ещё на этапе синтеза оптимальных сигналов с сохранением величин их основных параметров. Например, в работе [11] для одного из наборов параметров показана возможность снижения величины пик-фактора в ходе решения оптимизационной задачи на 4.3 дБ при символьной скорости $1/T$ и сохранении значений рассматриваемых параметров. Но возможность уменьшения значения пик-фактора для широкого диапазона значений символьных скоростей малоизучена.

Поэтому необходим контроль величины пик-фактора синтезируемых оптимальных сигналов, а уменьшение его величины на этапе решения оптимизационной задачи при различной символьной скорости является актуальной задачей.

Целью данной работы является анализ возможности уменьшения значения пик-фактора синтезируемых оптимальных FTN сигналов при различной символьной скорости с помощью ограничения на его величину в ходе решения оптимизационной задачи.

II. ПОСТАНОВКА ОПТИМИЗАЦИОННОЙ ЗАДАЧИ

Аналитическое решение оптимизационной задачи синтеза оптимальных сигналов в общем случае сводится к минимизации функционала:

$$J = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g(f) \left| \int_{-T_c/2}^{T_c/2} a(t) \exp(-j2\pi ft) dt \right|^2 df. \quad (1)$$

Решение данной задачи определяет искомую форму огибающей $a(t)$, а функция взвешивания $g(f)$ задает форму спектра. В рассматриваемой задаче используется критерий оптимальности обеспечения максимальной скорости спада уровня внеполосных излучений. Скорость спада определяет коэффициент n , который задается функцией взвешивания $g(f)=f^{2n}$. Исходя из этого, функционал (1) можно преобразовать к виду:

$$J = (-1)^n \int_{-T_c/2}^{T_c/2} a(t) a^{(2n)}(t) dt .$$

При этом для корректности решения задачи следует рассматривать ограничение величины энергии полученной огибающей:

$$\int_{-T/2}^{T/2} a^2(t) dt = E_a .$$

Также для гарантированного убывающего поведения уровня спектра вне рассматриваемой полосы частот следует ввести естественные граничные условия:

$$a|_{t=\pm T/2} = 0, \quad a^{(1)}|_{t=\pm T/2} = 0, \quad \dots, \quad a^{(n-1)}|_{t=\pm T/2} = 0,$$

где $a(t)$ – кусочно-непрерывная функция с существующими производными вплоть до $(n-1)$ порядка.

Аналитическое решение такого функционала нетривиально и существенно усложняется с увеличением коэффициента n . Более того, введение дополнительных ограничений делает задачу нерешаемой. В этом случае прибегают к решению оптимизационной задачи численными методами. Для этого будем искать форму огибающей $a(t)$ в виде коэффициентов разложения ряда Фурье, предполагая четность этой функции на интервале $[-T/2; T/2]$. В конечном счёте, функционал для численного решения оптимизационной задачи приобретает вид:

$$J = \frac{T_c}{2} \sum_{k=1}^{m-1} a_k^2 \left(\frac{2\pi}{T_c} k \right)^{2n}, \quad (2)$$

где m – количество коэффициентов разложения в ряд Фурье, которые определяет точность решения оптимизационной задачи [12]. Таким образом, результатом численного решения оптимизационной задачи является набор коэффициентов $\{a_{k=0}^{m-1}\}$, а форма огибающей определяется как:

$$a(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^m a_k \cos(2\pi k t / T),$$

$$\text{где } a_0 = (1/T) \int_{-T/2}^{T/2} a(t) dt ,$$

$$a_k = (1/T) \int_{-T/2}^{T/2} a(t) \cos(2\pi k t / T) dt .$$

В данной работе в качестве дополнительных ограничений рассматриваются ограничения на величины коэффициента взаимной корреляции и пик-фактора. В первом случае при длительности символа LT и символьной скорости R ограничение можно представить как:

$$\max_{k=1 \dots (L-1)} \left| \int_{kT}^{LT} a(t) a\left(t - \frac{k}{R}\right) dt \right| \leq K_0 ,$$

где K_0 – требуемая величина коэффициента корреляции. В общем случае ограничение на пик-фактор принимает вид:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\max \{y_N^2(t)\}}{E \left\{ \frac{1}{NT} \int_{-T_c/2}^{-T_c/2+NT} y_N^2(t) dt \right\}} \leq PAPR^* - \Delta PAPR ,$$

где $PAPR^*$ – исходное значение пик-фактора сигнала $y(t)$, $\Delta PAPR$ – величина, на которую необходимо уменьшить данный параметр.

На рис. 1 представлена блок-схема процедуры оптимизации. В качестве начального приближения огибающей $a(t)$ при решении оптимизационной задачи был выбран прямоугольный импульс. В целях улучшения сходимости рассматриваемые ограничения вводятся поэтапно, а при недостаточной точности решения увеличивают количество членов разложения в ряд Фурье m огибающей $a(t)$. Величина $PAPR^*$ является значением пик-фактора на входе блока оптимизации с целью уменьшения пик-фактора. Таким образом, входными параметрами алгоритма оптимизации являются требуемая скорость спада уровня внеполосных излучений n , символьная скорость R , коэффициент взаимной корреляции K_0 , величина $\Delta PAPR$, на которую следует уменьшить пик-фактор, и количество членов разложения в ряд Фурье m . В данной работе были выбраны значения $m = 9$, $n = 2$, $K_0 = 0.01$, а величины R и $\Delta PAPR$ варьировались. Выходным параметром является искомый набор коэффициентов разложения в ряд Фурье огибающей $a(t)$.



Рис. 1. Блок-схема процедуры оптимизации

III. ПРИМЕРЫ ОПТИМАЛЬНЫХ СИГНАЛОВ ПРИ НАЛИЧИИ ОГРАНИЧЕНИЙ НА ПИК-ФАКТОР ИЗЛУЧАЕМЫХ КОЛЕБАНИЙ И РАЗНОЙ СИМВОЛЬНОЙ СКОРОСТИ

В общем случае оптимизация с целью уменьшения $PAPR$ подразумевает вычисление средней и пиковой мощностей сигнала с большой выборкой при каждом вычислении пик-фактора. Но на практике данный вариант связан с большим количеством вычислений и

требует значительных затрат памяти, в противном случае шумовой характер вычисленной величины PAPR не позволит используемым методам оптимизации сдвинуться из начальной точки. В связи с этим зачастую используют вычисление пик-фактора только одной огибающей $a(t)$, что даёт тот же результат, что и для сигнала $y(t)$, состоящего из импульсов $a(t)$. На рис. 2 приведены зависимости величин пик-фактора до оптимизации, после оптимизации и выигрыш $\Delta PAPR$ от использования ограничения. Как видно, с увеличением символьной скорости $\Delta PAPR$ уменьшается и после достижения символьной скорости $3.5/T$ отсутствует. Для данных начальных условий максимальный выигрыш составил 3.2 дБ на символьной скорости $1/T$. Стоит отметить, что рассматриваемая величина $\Delta PAPR$ существенно зависит от начальных условий, т. е. от огибающей, полученной на предыдущих этапах оптимизации. Как показали многочисленные эксперименты, величина пик-фактора после оптимизации в этом плане более статична, и полученный PAPR при различных начальных значениях сводится к схожей для всех случаев форме кривой.

На рис. 3–4 рассмотрен сигнал $y(t)$, состоящий из пяти импульсов $a(t)$ для символьных скоростей $2/T$ и $4/T$. Как видно, составляющие импульсы $a(t)$ коррелируют, что приводит к существенному отличию формы сигнала $y(t)$ от случая без корреляции. При увеличении символьной скорости разница усиливается, т. к. всё больше символов коррелирует и появляется большее количество возможных комбинаций. Так, например, для случая скорости $2/T$ разница значений вычисленного пик-фактора по одиночной огибающей и по случайному сигналу $y(t)$ 2.3 дБ, а для случая скорости $4/T$ отличие составило 3 дБ. В связи с этим для вычисления PAPR сигнала $y(t)$ недостаточно рассмотрения только одиночной огибающей $a(t)$ или набора коррелирующих импульсов $a(t)$ с одинаковым значением модуляционных символов.

В данной работе при вычислении пик-фактора предложено использовать сигнал $y^*(t)$, сформированный из детерминированного набора модуляционных символов. В таком случае учитывается корреляция соседних импульсов при увеличенной символьной скорости для всех возможных комбинаций значений модуляционных символов. Один раз случайно заданный для всего оптимизационного процесса набор модуляционных символов позволяет устранить минусы расчета пик-фактора случайного сигнала $y(t)$ с большой выборкой.

Для расчета величины пик-фактора $y^*(t)$ используется соотношение:

$$PAPR = \frac{\max(y^{*2}(t))}{y^{*2}(t)}$$

Как показали эксперименты, выборки из 1000 символов и 100 усреднений оказалось достаточно для имитации случайного сигнала $y(t)$ с большей выборкой. Выбор коэффициента корреляции, не большего $K_0=0.01$, позволяет получить помехоустойчивость, близкую к потенциальной помехоустойчивости приёма сигналов с прямоугольной формой огибающей с проигрышем не более 0.5 дБ [13].

На рис. 5 представлена зависимость величин пик-фактора до оптимизации, после оптимизации по предложенному методу и выигрыш от применения ограничения $\Delta PAPR$. Как видно, значение полученного пик-фактора возрастает по мере увеличения символьной скорости с характером скорости роста, близким к линейному. Для рассматриваемых начальных условий выигрыш от применения ограничения находится в диапазоне 1.5 дБ–4.4 дБ. Стоит отметить, что с увеличением скорости значение PAPR до оптимизации, начиная со скорости $3.5/T$, резко возрастает, что значительно увеличивает выигрыш от использования ограничения по величине пик-фактора. Так, при скорости $5.5/T$ значение PAPR 6.2 дБ было снижено до 1.8 дБ.

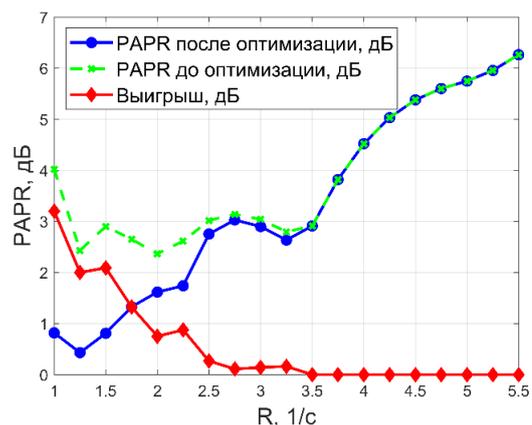


Рис. 2. Зависимость пик-фактора от символьной скорости при вычислении PAPR по одиночной огибающей

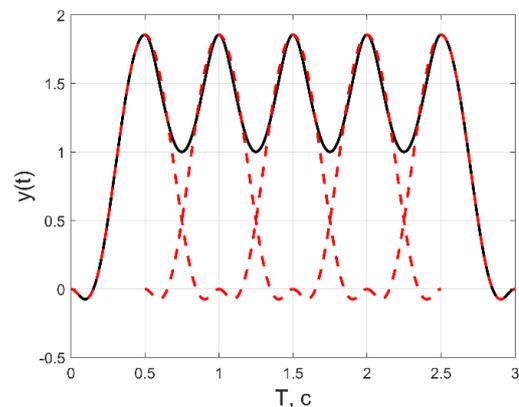


Рис. 3. Сигнал $y(t)$ при символьной скорости $2/T$

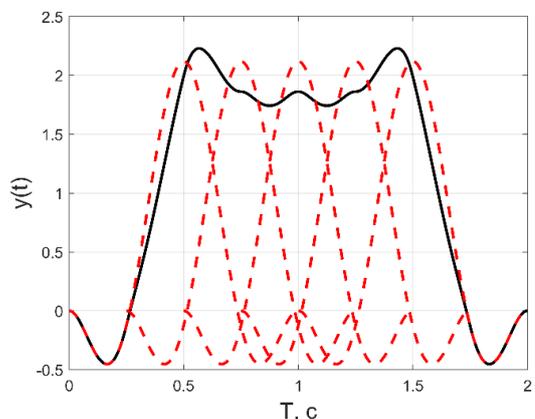


Рис. 4. Сигнал $y(t)$ при символьной скорости $4/T$

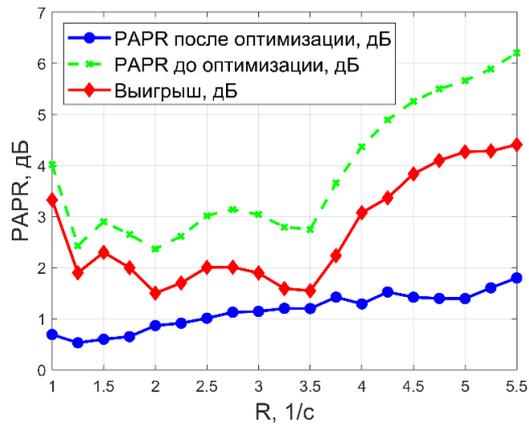


Рис. 5. Зависимость пик-фактора от символической скорости при предложенной методике измерения $PAPR$

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены две методики оптимизации формы огибающей для сигналов FTN с ограничением на величину пик-фактора при разной символической скорости. Было показано, что стандартный способ расчета значения $PAPR$ при применении ограничения на его величину способен давать выигрыш только для символических скоростей, меньших $3.5/T$. Отражено, что предложенный метод вычисления пик-фактора применим в широком диапазоне символических скоростей и способен давать больший выигрыш при применении ограничения на значение $PAPR$.

Показано, что для символических скоростей от $1/T$ до $5.5/T$ характерен нелинейный рост величины пик-фактора сигнала до оптимизации, а применение предложенного метода вычисления способно значительно снизить значение $PAPR$ и приблизить скорость роста его величины к линейной. Максимальное снижение величины пик-фактора зависит от начальных условий и в рассматриваемом случае составило 4.4 дБ, а максимальное значение $PAPR$ в полосе символических скоростей от $1/T$ до $5.5/T$ было снижено с 6.2 дБ до 1.8 дБ. Отражено, что с увеличением символической скорости возрастает выигрыш от применения ограничения на величину пик-фактора, а энергетические потери минимальны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Володина Е.Е. Экономико-методические проблемы государственного управления использованием радиочастотного спектра // Экономическая наука современной России. 2016. № 3 (74).
- [2] Гурлев И.В. Проблемы развития сетей связи и управления поколения 5G в России // Вестник евразийской науки. 2019. № 5(11).
- [3] Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б. Проблема повышения спектральной эффективности и емкости в перспективных системах связи 6G // T-Comm - Телекоммуникации и Транспорт. 2020. № 2(14). С. 25–31. DOI:10.36724/2072-8735-2020-14-2-25-31.
- [4] Farhang-Boroujeny B., Moradi H. OFDM Inspired Waveforms for 5G // IEEE Communications Surveys and Tutorials. 2016. № 4(18). С. 2474–2492. DOI:10.1109/COMST.2016.2565566.
- [5] Mahmud M.T., Ryu H.G. Performance Evaluation of OFDM Hybrid Number and Index Modulation for 6G Mobile System // International Conference on ICT Convergence. 2021. (2021-October). С. 39–42. DOI:10.1109/ICTC52510.2021.9621057.
- [6] Xin Y., Hua J., Bao T. A Novel PAPR Reduction Scheme for Low-Cost Terminals in 6G // Energies. 2023. № 8(16). С. 3307. DOI:10.3390/en16083307.
- [7] Al-Jawhar Y.A., Ramli K.N., Mustapha A. Reducing PAPR With Low Complexity for 4G and 5G Waveform Designs // IEEE Access. 2019. (7). С. 97673–97688. DOI:10.1109/ACCESS.2019.2930121.
- [8] Митасов И.Ю., Саткенов Р.Б. Исследование методов снижения пикфактора сигналов с ортогональным частотным мультиплексированием // Электронный научно-методический журнал Омского ГАУ. 2018. №4 (15).
- [9] Y. Wan and Y. Wang, "Efficient PAPR reduction through random constellation mapping," 2017 3rd IEEE International Conference on Computer and Communications (ICCC), Chengdu, 2017, pp. 2625–2628.
- [10] A. Idris, N.L. MohdSapari, M. Syarhan Idris, S.S. Sarnin, W. Norsyafizan Wan Mohamad and N.F. Naim, "Reduction of PAPR Using Block Coding Method and APSK Modulation Techniques for FOFDM in 5G System," TENCON 2018 - 2018 IEEE Region 10 Conference, Jeju, Korea (South), 2018, pp. 2456–2460.
- [11] Жила А.В., Овсянникова А.С., Завьялов С.В. Оценка эффективности применения ограничения на пик-фактор излучаемых колебаний при синтезе оптимальных спектрально-эффективных сигналов // 75-я научно-техническая конференция Санкт-Петербургского НТО РЭС им. А.С. Попова. 2020. № 4. С. 119–123.
- [12] Овсянникова А.С., Завьялов С.В., Макаров С.Б. Особенности решения оптимизационной задачи синтеза спектрально-эффективных сигналов согласно критерию минимизации внеполосных излучений // 76-я научно-техническая конференция СПб НТО РЭС им. А.С. Попова. 2021. № 2. С. 18–21.
- [13] Овсянникова А.С., Завьялов С.В., Макаров С.Б. Повышение помехоустойчивости приема оптимальных сигналов при квадратурной модуляции с увеличенным размером сигнального созвездия // 75-я научно-техническая конференция Санкт-Петербургского НТО РЭС им. А.С. Попова. 2020. № 4. С. 133–137.