

# Однопозиционный метод оценки координат и ориентации в сетях 5G: условия реализуемости

Г. А. Фокин

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций  
им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

grihafokin@gmail.com

**Аннотация.** Определение местоположения подвижных пользовательских устройств в условиях отсутствия или ненадежного приема сигналов глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) посредством инфраструктуры сотовых сетей подвижной связи является актуальным и востребованным направлением исследований в последние два десятилетия. Стандартизация технологий сетевого позиционирования подвижных устройств посредством приема или передачи сигналов базовыми станциями с известными координатами в составе опорной сети радиодоступа началась в сетях LTE, продолжилась в сетях 5G NR и, безусловно, получит свое развитие в сетях 6G. Помимо традиционных многопозиционных дальномерных, разностно-дальномерных и угломерных методов оценки координат в сетях 5G ожидается появление и развитие новых однопозиционных моделей и методов определения местоположения, использующих синергетические эффекты широкой полосы сигналов и многоантенных систем, комплексирование дальномерно-угломерных измерений, позиционирование по переотраженным сигналам, а также распространение миллиметровых и субмиллиметровых волн в ближней зоне. В настоящей работе представлен обзор условий реализуемости однопозиционного метода сетевого позиционирования 5G по критерию информационной матрицы Фишера FIM (Fisher Information Matrix).

**Ключевые слова:** позиционирование; комплексирование дальномерно-угломерных измерений; нижняя граница Крамера-Рао; однопозиционный метод; 5G; FIM

## I. ВВЕДЕНИЕ

Установление и ведение радиосвязи между базовой станцией gNB (gNodeB) и пользовательским устройством UE (User Equipment) в диапазоне миллиметровых (от 30 до 300 ГГц, что соответствует длине волны 1 мм – 1 мм) и децимиллиметровых или терагерцовых волн (от 0,3 до 3 ТГц, что соответствует длине волны 1 мм – 0,1 мм) вследствие высоких потерь при распространении радиоволн (РРВ) требуют высоких коэффициентов усиления на передаче и приеме, которые обеспечиваются организацией узконаправленных соединений [1]. В частности, для приемопередающих устройств диапазона миллиметровых волн (ММВ, mmWave – millimeter Wave) пятого 5G и последующих 5G (Beyond 5G) поколений в качестве одного из решений установления связи набирает популярность подход диаграммообразования на основе предварительного позиционирования [2]. Используя сведения о текущем местоположении UE, gNB может оперативно сориентировать максимум диаграммы

направленности антенной решетки (АР) на UE [3]. Данное обстоятельство подтверждает тесную взаимосвязь и перспективы синергетического взаимодополнения технологий связи и позиционирования в сетях 5G [1].

Эксплуатируемые на сегодняшний день технологии глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) обеспечивают достаточную точность позиционирования транспортных средств в условиях прямой видимости [4] спутников и надежного приема спутникового сигнала. Сети подвижной радиосвязи предыдущих поколений 2G-4G [5] в процессе своей эволюции существенно повысили возможности определения местоположения (ОМП) UE в условиях отсутствия или ненадежного приема сигналов ГНСС, однако достигаемая ими точность в десятки метров оказывается недостаточной как для геолокации, так и для диаграммообразования по местоположению [1]. Достижение дециметровой точности независимыми от ГНСС методами сетевого ОМП с использованием инфраструктуры сети радиодоступа в условиях городской застройки и при отсутствии прямой видимости NLOS (Non-Line of Sight) [6] остается актуальной проблемой.

Комплексное использование новых особенностей радиointерфейса сетей 5G [7], таких как, широкая полоса частот и многоэлементные АР на базовой станции gNB и пользовательском устройстве UE [8], позволяют реализовать новые подходы сетевого позиционирования UE: однопозиционный метод [9], ОМП в ближней зоне [10, 11] и с реконфигурируемыми интеллектуальными поверхностями RIS (Reconfigurable Intelligent Surfaces) [12, 13]. Возможности определения направления прихода DOA (Direction of Arrival) и ухода DOD (Direction of Departure) сигнала посредством АР на gNB и UE позволяют вместе с оценкой координат устройства выполнять и оценку его ориентации в пространстве.

Анализ РРВ в диапазоне ММВ показал, что, в отличие от диапазона дециметровых волн (ДМВ) сетей 2G-4G, радиоканал ММВ сетей 5G характеризуется высокой пространственной направленностью и ограниченным рассеиванием по числу многолучевых компонент (МЛК), т.е. так называемой высокой разреженностью [9]. Было установлено, что в условиях прямой видимости LOS (Line of Sight) между gNB и UE угол ухода AOD (Angle of Departure) используется для оценки координат UE, а угол прихода AOA (Angle of Arrival) – для оценки ориентации UE [7]; также было показано, что информационная матрица Фишера FIM (Fisher Information Matrix) по совокупности первичных

Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда № 22-29-00528, <https://rscf.ru/project/22-29-00528/>

измерений TOA (Time of Arrival), AOD, AOA несингулярна [8], что является необходимым условием реализуемости метода.

Настоящая работа посвящена обзору новой технологии сетевого позиционирования 5G, а именно, однопозиционного метода оценки координат, ориентации пользовательского устройства в пространстве по прямому сигналу в условиях LOS, принятому от единственной передающей базовой станции gNB. Материал настоящего исследования организован далее следующим образом. В разделе II представлен сценарий однопозиционного метода позиционирования в условиях LOS, а в разделе III описана его математическая формализация и условия реализуемости. Выводы и направления дальнейших исследований даются в заключении IV.

## II. СЦЕНАРИЙ РАБОТЫ ОДНОПОЗИЦИОННОГО МЕТОДА ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ В УСЛОВИЯХ ПРЯМОЙ ВИДИМОСТИ

### A. Территориальное распределение gNB-UE в условиях наличия прямой видимости LOS

Рассмотрим работу однопозиционного метода оценки координат и ориентации устройства UE на плоскости по сигналу луча прямой видимости LOS от gNB на рис. 1.

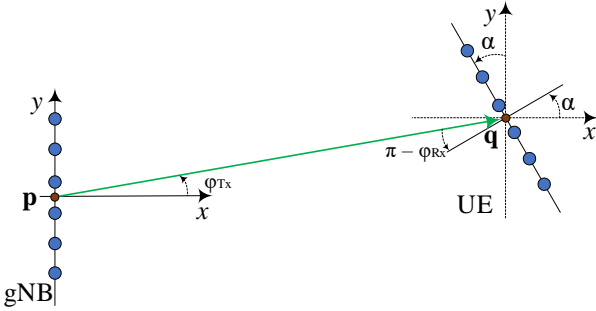


Рис. 1. Работа однопозиционного метода в условиях LOS

Допустим, gNB и UE оборудованы линейной антенной решеткой ULA (Uniform Linear Array). Обозначим через  $\mathbf{p} = [p_x, p_y]^T \in \mathbb{R}^2$  и  $\mathbf{q} = [q_x, q_y]^T$  вектор координат UE и gNB на плоскости соответственно; пусть  $\alpha \in (0, 2\pi)$  – угол поворота массива ULA UE относительно вертикальной оси системы координат (СК). Пусть  $N_t$  – число элементов ULA передающей базовой станции gNB, а  $N_r$  – число элементов ULA приемного устройства UE.

### B. Модель переданного сигнала

Обозначим модель переданного сигнала через  $\mathbf{F}\mathbf{x}(t)$ , где  $\mathbf{F} = [\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \dots, \mathbf{f}_{M_t}] \in \mathbb{C}^{N_t \times M_t}$  – диаграммообразующая матрица с числом лучей  $M_t < N_t$ , а передаваемый сигнал  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_{M_t}(t)]^T \in \mathbb{C}^{M_t}$  одновременно излучается с  $M_t$  лучей; данная технология получила название В-ММО (BeamSpace MIMO) и позволяет комплексно оценивать время TOA и направления прихода/ухода DOA/DOD сигнала одновременно.

### C. Модель радиоканала с одним лучом LOS

Обозначим через  $B$  занимаемую ширину полосы частот радиосигнала, а через  $f_c$  несущую радиочастоту в диапазоне ММВ. Для модели узкополосного радиоканала справедливы допущения о том, что: а) ширина полосы частот  $B$  невелика, поэтому потери РРВ

можно считать постоянными во всей  $B$ ; 2) разница фаз между верхней и нижней границами полосы частот  $B$  при передаче и приеме антенной решеткой мала, поэтому справедливо условие  $\max(N_t, N_r)d \ll c/B$ , где  $d$  – расстояние между элементами AP,  $c$  – скорость света. С учетом допущений канальная матрица может быть представлена как:

$$\mathbf{H} = \sqrt{N_t N_r / \rho} h \mathbf{a}_{\text{Rx}}(\varphi_{\text{Rx}}) \mathbf{a}_{\text{Tx}}^H(\varphi_{\text{Tx}}); \quad (1)$$

где  $h$  – комплексный коэффициент передачи сигнала по прямому лучу LOS;  $\rho$  – коэффициент потерь при РРВ между gNB и UE;  $\mathbf{a}_{\text{Tx}}(\varphi_{\text{Tx}}) \in \mathbb{C}^{N_t}$  – вектор направления диаграммообразующей схемы (ДОС) передатчика gNB; и  $\mathbf{a}_{\text{Rx}}(\varphi_{\text{Rx}}) \in \mathbb{C}^{N_r}$  – вектор отклика ДОС приемника UE;  $\varphi_{\text{Tx}}$  – угол ухода сигнала AOD;  $\varphi_{\text{Rx}}$  – угол прихода сигнала AOA (рис. 1). Для ULA на передающей gNB справедливо:

$$\mathbf{a}_{\text{Tx}}(\varphi_{\text{Tx}}) = \frac{1}{\sqrt{N_t}} \left[ 1, e^{j\frac{2\pi}{\lambda}d \sin(\varphi_{\text{Tx}})}, \dots, e^{j(N_t-1)\frac{2\pi}{\lambda}d \sin(\varphi_{\text{Tx}})} \right]^T; \quad (2)$$

где  $\lambda = c/f$  – длина волны. Для ULA на приемном UE:

$$\mathbf{a}_{\text{Rx}}(\varphi_{\text{Rx}}) = \frac{1}{\sqrt{N_r}} \left[ 1, e^{j\frac{2\pi}{\lambda}d \sin(\varphi_{\text{Rx}})}, \dots, e^{j(N_r-1)\frac{2\pi}{\lambda}d \sin(\varphi_{\text{Rx}})} \right]^T; \quad (3)$$

### D. Модель принятого сигнала

Вектор  $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{N_r}$  принятого сигнала определяется как:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{x}(t - \tau) + \mathbf{n}(t); \quad (4)$$

где  $\tau = \|\mathbf{q} - \mathbf{p}\|_2 / c$  – задержка распространения между gNB и UE, или время прихода сигнала TOA;  $\mathbf{n}(t) \in \mathbb{C}^{N_r}$  – вектор комплексных выборок шума с нулевым средним и двусторонней спектральной плотностью мощности (СПМ)  $N_0/2$ . Задача оценки координат и ориентации UE заключается в оценке координат  $\mathbf{p}$  и ориентации  $\alpha$  пользовательского устройства на интервале  $t \in [0, T_{ob}]$ , где  $T_{ob}$  – время сбора первичных измерений. Оценим пределы точности позиционирования по нижней границе Крамера-Рао (НГКР, CRLB – Cramer–Rao Lower Bound).

## III. ИНФОРМАЦИОННАЯ МАТРИЦА ФИШЕРА ДЛЯ ОДНОПОЗИЦИОННОГО МЕТОДА ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

### A. Формирование информационной матрицы Фишера первичных измерений из параметров канала

Запишем информационную матрицу Фишера FIM и CRLB погрешности оценки координат  $\mathbf{p}$  и ориентации  $\alpha$  пользовательского устройства UE. Сначала сформируем FIM из параметров канала: задержки  $\tau$ , угла ухода AOD  $\varphi_{\text{Tx}}$ , угла прихода AOA  $\varphi_{\text{Rx}}$  и вещественной  $h_R$  и мнимой  $h_I$  составляющих комплексного коэффициента передачи канала  $h$ . Затем из FIM получим CRLB. Обозначим вектор неизвестных параметров первичных измерений канала  $\boldsymbol{\eta} \in \mathbb{R}^5$ , включающий параметры  $\tau$ ,  $\varphi_{\text{Tx}}$ ,  $\varphi_{\text{Rx}}$ ,  $h_R$  и  $h_I$  [7]:

$$\boldsymbol{\eta} = [\tau, \boldsymbol{\varphi}^T, \mathbf{h}^T]; \quad (5)$$

где  $\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_{\text{Tx}}, \varphi_{\text{Rx}}]^T$ ,  $\mathbf{h} = [h_R, h_I]^T$ .

Обозначим через  $\hat{\boldsymbol{\eta}}$  несмещенную оценку вектора  $\boldsymbol{\eta}$ , тогда среднеквадратичная ошибка MSE (Mean Squared Error)  $\hat{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta}$  будет ограничена снизу величиной

$$\mathbb{E}_{\boldsymbol{\eta}}[(\hat{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta})(\hat{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta})^T] \geq \mathbf{J}_{\boldsymbol{\eta}}^{-1}; \quad (6)$$

где через  $\mathbb{E}_{\mathbf{y}|\boldsymbol{\eta}}[\cdot]$  обозначен оператор математического ожидания неизвестных параметров  $\boldsymbol{\eta}$  при известном принятом сигнале  $\mathbf{y}$ , а  $\mathbf{J}_{\boldsymbol{\eta}}$  – FIM размерности  $5 \times 5$ , определяемая выражением [8]

$$\mathbf{J}_{\boldsymbol{\eta}} \triangleq \mathbb{E}_{\mathbf{y}|\boldsymbol{\eta}} \left[ -\frac{\partial^2 \ln f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\eta})}{\partial \boldsymbol{\eta} \partial \boldsymbol{\eta}^T} \right]; \quad (7)$$

где  $f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\eta})$  – функция отношения правдоподобия случайного вектора  $\mathbf{y}$ , полученного из разложения Карунена-Лоэва для  $\mathbf{y}(t)$ , при условии, что вектор неизвестных параметров канала принимает значение  $\boldsymbol{\eta}$ .

Функцию отношения правдоподобия  $f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\eta})$  можно представить следующим выражением [7]:

$$f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\eta}) \propto \exp \left\{ \frac{2}{N_0} \int_0^{T_{ob}} \boldsymbol{\mu}^H(t) \mathbf{y}(t) dt - \frac{1}{N_0} \int_0^{T_{ob}} \|\boldsymbol{\mu}(t)\|^2 dt \right\}; \quad (8)$$

где  $\boldsymbol{\mu}(t) \triangleq \mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{x}(t - \tau)$ . FIM можно структурировать как:

$$\mathbf{J}_{\boldsymbol{\eta}} = \begin{bmatrix} \Phi(\tau, \tau) & \Phi(\tau, \boldsymbol{\varphi}) & \Phi(\tau, \mathbf{h}) \\ \Phi(\boldsymbol{\varphi}, \tau) & \Phi(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\varphi}) & \Phi(\boldsymbol{\varphi}, \mathbf{h}) \\ \Phi(\mathbf{h}, \tau) & \Phi(\mathbf{h}, \boldsymbol{\varphi}) & \Phi(\mathbf{h}, \mathbf{h}) \end{bmatrix}; \quad (9)$$

где оператор  $\Phi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$  определяется выражением [8]:

$$\Phi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \triangleq \mathbb{E}_{\mathbf{y}|\boldsymbol{\eta}} \left[ -\frac{\partial^2 \ln f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\eta})}{\partial \mathbf{x}_1 \partial \mathbf{x}_2} \right]; \quad (10)$$

Далее оценим составные компоненты  $\mathbf{J}_{\boldsymbol{\eta}}$ , выполним переход от FIM первичных измерений  $\mathbf{J}_{\boldsymbol{\eta}}$  к FIM оценок координат и ориентации  $\mathbf{J}_{\tilde{\boldsymbol{\eta}}}$ , приведем условия реализуемости однопозиционного метода, а в продолжении исследования выполним моделирование с использованием сжатого зондирования [14].

#### В. Оценка компонент информационной матрицы

Фишера первичных измерений из параметров канала

Подставив  $\mathbf{y}(t)$  из (4) в формулу (8) для  $f(\mathbf{y}|\boldsymbol{\eta})$ , используя определение (10) для  $\Phi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$  и принимая во внимание  $\mathbb{E}_{\mathbf{y}|\boldsymbol{\eta}}[\mathbf{n}(t)] = \mathbf{0}$ , получим следующее правило:

$$\Phi(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \frac{2}{N_0} \int_0^{T_{ob}} \Re \left\{ \frac{\partial \boldsymbol{\mu}^H(t) \partial \boldsymbol{\mu}(t)}{\partial x_1 \partial x_2} \right\} dt; \quad (11)$$

Первый элемент матрицы  $\mathbf{J}_{\boldsymbol{\eta}}$  определим выражением:

$$\begin{aligned} \Phi(\tau, \tau) &= \frac{2}{N_0} \int_0^{T_{ob}} \Re \left\{ \frac{\partial \boldsymbol{\mu}^H(t) \partial \boldsymbol{\mu}(t)}{\partial \tau \partial \tau} \right\} dt \stackrel{(a)}{\triangleq} \\ &\gamma |h|^2 \int_0^{T_{ob}} \Re \left\{ \mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}}^H \mathbf{S}_x''(t - \tau) \mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}} \right\} dt; \end{aligned} \quad (12)$$

где отношение сигнал/шум равно [7]:

$$\gamma = 2N_t N_r / (\rho N_0); \quad (13)$$

а тождество (a) следует из перестановки комплексного скаляра и определения

$$\mathbf{S}_x''(t - \tau) = \frac{\partial \mathbf{x}(t - \tau)}{\partial \tau} \frac{\partial \mathbf{x}^H(t - \tau)}{\partial \tau}; \quad (14)$$

Используя равенство Парсеваля, получим [7]:

$$\Phi(\tau, \tau) = \gamma |h|^2 \mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}}^H \mathbf{A}_2 \mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}}; \quad (15)$$

где  $\mathbf{A}_n, n \in \{0, 1, 2\}$  определяется интегралом

$$\mathbf{A}_n \triangleq \int_{-B/2}^{B/2} \mathbf{w}^n \mathbf{x}(w) \mathbf{x}^H(w) dw; \quad (16)$$

где интеграл применяется поэлементно к вектору  $\mathbf{x}(w)$ ; где  $\mathbf{x}(w) = [x_1(w), \dots, x_{M_t}(w)]^T$  образован элементами

$x_i(w)$ , которые являются преобразованием Фурье  $x_i(t)$ , т.е.  $x_i(w) = \mathcal{F}\{x_i(t)\}$ . Вектор  $\mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}}$  определяется из

$$\mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}} = \mathbf{F}^H \mathbf{a}_{\text{Tx}}; \quad (17)$$

Элемент  $\Phi(\tau, \theta_{\text{Tx}})$  определяется выражением [7]:

$$\Phi(\tau, \theta_{\text{Tx}}) = \gamma |h|^2 \int_0^{T_{ob}} \Re \left\{ \frac{\partial \mathbf{x}^H(t - \tau)}{\partial \tau} \mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}} \frac{\partial \mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}}^H}{\partial \theta_{\text{Tx}}} \mathbf{x}(t - \tau) \right\} dt; \quad (18)$$

С учетом тождества:

$$\frac{\partial \mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}}^H}{\partial \theta_{\text{Tx}}} = \mathbf{a}_{\text{Tx}}^H \mathbf{D}_{\text{Tx}}^H \mathbf{F}; \quad (19)$$

и используя равенство Парсеваля, получим

$$\Phi(\tau, \theta_{\text{Tx}}) = \gamma |h|^2 \Re \left\{ j \mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}}^H \mathbf{A}_1 \mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}} \right\}; \quad (20)$$

где вектор  $\mathbf{a}_{\text{D}_{\text{Tx},\text{F}}}$  определяется из [7]:

$$\mathbf{a}_{\text{D}_{\text{Tx},\text{F}}} = \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\text{Tx}} \mathbf{a}_{\text{Tx}}; \quad (21)$$

а матрица  $\mathbf{D}_{\text{Tx}}$  определяется выражением:

$$\mathbf{D}_{\text{Tx}} \triangleq j \frac{2\pi}{\lambda} d \cos(\theta_{\text{Tx}}) \text{diag}(0, \dots, N_{\text{Tx}} - 1). \quad (22)$$

Элемент  $\Phi(\tau, \theta_{\text{Rx}})$  определяется выражением:

$$\Phi(\tau, \theta_{\text{Rx}}) = \gamma |h|^2 \int_0^{T_{ob}} \Re \left\{ \frac{\partial \mathbf{x}^H(t - \tau)}{\partial \tau} \mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}} \mathbf{a}_{\text{Rx}}^H \frac{\partial \mathbf{a}_{\text{Rx}}}{\partial \theta_{\text{Rx}}} \mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}}^H \mathbf{x}(t - \tau) \right\} dt; \quad (23)$$

С учетом тождества [7]:

$$\frac{\partial \mathbf{a}_{\text{Rx}}}{\partial \theta_{\text{Rx}}} = \mathbf{D}_{\text{Rx}} \mathbf{a}_{\text{Rx}}; \quad (24)$$

и используя равенство Парсеваля, получим:

$$\Phi(\tau, \theta_{\text{Rx}}) = \gamma |h|^2 \Re \left\{ j A_{\text{D}_{\text{Rx}}} \mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}}^H \mathbf{A}_1 \mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}} \right\}; \quad (25)$$

где скаляр  $A_{\text{D}_{\text{Rx}}}$  определяется выражением:

$$A_{\text{D}_{\text{Rx}}} \triangleq \mathbf{a}_{\text{Rx}}^H \mathbf{D}_{\text{Rx}} \mathbf{a}_{\text{Rx}}; \quad (26)$$

где  $\mathbf{D}_{\text{Rx}}$  определяется выражением [7]:

$$\mathbf{D}_{\text{Rx}} \triangleq j \frac{2\pi}{\lambda} d \cos(\theta_{\text{Rx}}) \text{diag}(0, \dots, N_{\text{Rx}} - 1). \quad (27)$$

Элемент  $\Phi(\tau, \mathbf{h})$  определяется взятием производной по вещественной и мнимой частям комплексного коэффициента канала  $\mathbf{h}$  с последующим применением равенства Парсеваля [7]:

$$\Phi(\tau, \mathbf{h}) = \gamma \left[ \Re \left\{ j \mathbf{h}^* \mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}}^H \mathbf{A}_1 \mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}} \right\}, -\Re \left\{ \mathbf{h}^* \mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}}^H \mathbf{A}_1 \mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}} \right\} \right]; \quad (28)$$

Элемент  $\Phi(\theta_{\text{Tx}}, \theta_{\text{Tx}})$  определяется выражением:

$$\Phi(\theta_{\text{Tx}}, \theta_{\text{Tx}}) = \gamma |h|^2 \int_0^{T_{ob}} \Re \left\{ \mathbf{x}^H(t - \tau) \frac{\partial \mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}}}{\partial \theta_{\text{Tx}}} \frac{\partial \mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}}^H}{\partial \theta_{\text{Tx}}} \mathbf{x}(t - \tau) \right\} dt. \quad (29)$$

С учетом тождества [7]:

$$\frac{\partial \mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}}}{\partial \theta_{\text{Tx}}} = \mathbf{F}^H \mathbf{D}_{\text{Tx}} \mathbf{a}_{\text{Tx}}; \quad (30)$$

и используя равенство Парсеваля, получим

$$\Phi(\theta_{\text{Tx}}, \theta_{\text{Tx}}) = \gamma |h|^2 \mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}}^H \mathbf{A}_0 \mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}}. \quad (31)$$

Элемент  $\Phi(\theta_{\text{Tx}}, \theta_{\text{Rx}})$  определяется выражением [7]:

$$\Phi(\theta_{\text{Tx}}, \theta_{\text{Rx}}) = \gamma |h|^2 \int_0^{T_{ob}} \Re \left\{ \mathbf{x}^H(t - \tau) \frac{\partial \mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}}}{\partial \theta_{\text{Tx}}} \mathbf{a}_{\text{Rx}}^H \frac{\partial \mathbf{a}_{\text{Rx}}}{\partial \theta_{\text{Rx}}} \mathbf{a}_{\text{Tx},\text{F}}^H \mathbf{x}(t - \tau) \right\} dt. \quad (32)$$

С учетом (30) и тождества:

$$\frac{\partial \mathbf{a}_{\text{Rx},\text{F}}}{\partial \theta_{\text{Rx}}} = \mathbf{D}_{\text{Rx}} \mathbf{a}_{\text{Rx}}; \quad (33)$$

и используя равенство Парсеваля, получим [7]:

$$\Phi(\theta_{Tx}, \theta_{Rx}) = \gamma |h|^2 \Re \{ A_{D_{Rx}, F} \mathbf{a}_{Tx, F}^H \mathbf{A}_0 \mathbf{a}_{D_{Tx}, F} \}. \quad (34)$$

Элемент  $\Phi(\theta_{Tx}, \mathbf{h})$  определяется взятием производной по вещественной и мнимой частям комплексного коэффициента канала  $\mathbf{h}$  и  $\theta_{Tx}$  с последующим применением равенства Парсеваля:

$$\Phi(\theta_{Tx}, \mathbf{h}) = \gamma [\Re \{ h^* \mathbf{a}_{Tx, F}^H \mathbf{A}_0 \mathbf{a}_{D_{Tx}, F} \}, \Re \{ j h^* \mathbf{a}_{Tx, F}^H \mathbf{A}_0 \mathbf{a}_{D_{Tx}, F} \}]. \quad (35)$$

Элемент  $\Phi(\theta_{Rx}, \theta_{Rx})$  определяется выражением [7]:

$$\Phi(\theta_{Rx}, \theta_{Rx}) = \gamma |h|^2 \int_0^{T_{ob}} \Re \{ \mathbf{x}^H(t - \tau) \mathbf{a}_{Tx, F} \frac{\partial \mathbf{a}_{Rx}^H}{\partial \theta_{Rx}} \frac{\partial \mathbf{a}_{Rx}}{\partial \theta_{Tx}} \mathbf{a}_{Tx, F}^H \mathbf{x}(t - \tau) \}. \quad (36)$$

где  $\mathbf{a}_{Rx} = \mathbf{a}_{Rx}(\theta_{Rx})$ . Переставляя местами производные, с последующим применением равенства Парсеваля, получаем:

$$\Phi(\theta_{Rx}, \theta_{Rx}) = \gamma |h|^2 A_{Dd_{Rx}} \mathbf{a}_{Tx, F}^H \mathbf{A}_0 \mathbf{a}_{Tx, F}; \quad (37)$$

где скаляр  $A_{Dd_{Rx}}$  определяется выражением [7]:

$$A_{Dd_{Rx}} \triangleq \mathbf{a}_{Rx}^H \mathbf{D}_{Rx} \mathbf{D}_{Rx}^H \mathbf{a}_{Rx}. \quad (38)$$

### C. Формирование информационной матрицы Фишера оценок координат и ориентации устройства

Для получения информационной матрицы Фишера оценок координат и ориентации UE необходимо выполнить переход от FIM первичных измерений к FIM оценок координат  $\mathbf{p}^T$  и ориентации  $\alpha$ . Введем вектор неизвестных параметров оценок координат и ориентации  $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$ , включающий параметры  $\mathbf{p}^T = [p_x, p_y]$  и  $\alpha$  [7]:

$$\tilde{\boldsymbol{\eta}} = [\mathbf{p}^T, \alpha, \mathbf{h}^T]; \quad (39)$$

который связан с вектором  $\boldsymbol{\eta} = [\tau, \boldsymbol{\varphi}^T, \mathbf{h}^T]$  первичных измерений в (5) нелинейными соотношениями:

$$\tau = \|\mathbf{q} - \mathbf{p}\|_2 / c; \quad (40)$$

$$\theta_{Tx} = \arccos((p_x - q_x) / \|\mathbf{q} - \mathbf{p}\|_2); \quad (41)$$

$$\alpha = \pi + \theta_{Tx} - \theta_{Rx}; \quad (42)$$

Используя взаимосвязь векторов  $\boldsymbol{\eta}$  и  $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$  и их взаимно-однозначное отображение, FIM  $\mathbf{J}_{\tilde{\boldsymbol{\eta}}}$  вектора  $\tilde{\boldsymbol{\eta}}$  можно представить через FIM  $\mathbf{J}_{\boldsymbol{\eta}}$  вектора  $\boldsymbol{\eta}$ :

$$\mathbf{J}_{\tilde{\boldsymbol{\eta}}} = \mathbf{T} \mathbf{J}_{\boldsymbol{\eta}} \mathbf{T}^H; \quad (43)$$

где матрица отображения определяется выражением:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tau}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial \theta^T}{\partial \mathbf{p}} & \frac{\partial \mathbf{h}^T}{\partial \mathbf{p}} \\ \frac{\partial \tau}{\partial \alpha} & \frac{\partial \theta^T}{\partial \alpha} & \frac{\partial \mathbf{h}^T}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial \tau}{\partial \mathbf{h}} & \frac{\partial \theta^T}{\partial \mathbf{h}} & \frac{\partial \mathbf{h}^T}{\partial \mathbf{h}} \end{bmatrix}; \quad (44)$$

где частные производные вычисляются согласно:

$$\frac{\partial \tau}{\partial \mathbf{p}} = \frac{c}{\mathbf{u}}; \quad (45)$$

$$\frac{\partial \theta_{Tx}}{\partial \mathbf{p}} = \frac{\partial \theta_{Rx}}{\partial \mathbf{p}} = \frac{1}{\|\mathbf{q} - \mathbf{p}\|} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}; \quad (46)$$

$$\frac{\partial \theta_{Rx}}{\partial \alpha} = -1; \quad (47)$$

$$\frac{\partial \mathbf{h}^T}{\partial \mathbf{h}} = \mathbf{I}_2; \quad (48)$$

$$\mathbf{u} = [\cos(\theta_{Tx}), \sin(\theta_{Tx})]^T; \quad (49)$$

где  $\mathbf{I}_2$  – единичная матрица размерности  $2 \times 2$ ; остальные элементы в матрице  $\mathbf{T}$  равны нулю. Из анализа выражения (44) следует, что матрица  $\mathbf{T}$  имеет полный ранг.

### D. Условие реализуемости однопозиционного метода оценки координат и ориентации устройства

Условием реализуемости однопозиционного метода является несингулярность информационной матрицы Фишера  $\mathbf{J}_{\boldsymbol{\eta}}$  [7] (вырожденная или сингулярная – это такая квадратная матрица, у которой определитель равен нулю). Вследствие полного ранга матрицы  $\mathbf{T}$  из несингулярности матрицы  $\mathbf{J}_{\boldsymbol{\eta}}$  следует и несингулярность информационной матрицы Фишера  $\mathbf{J}_{\tilde{\boldsymbol{\eta}}}$ . Для удобства анализа ограничимся сигналами  $\mathbf{x}(t)$ , у которых  $\mathbf{A}_1 = \mathbf{0}$ . Также сделаем предположением об удачном взаимном расположении gNB и UE, т.е. допустим оптимистический геометрический фактор точности; тогда диагональные элементы  $\mathbf{J}_{\boldsymbol{\eta}}$  будут всегда больше нуля. Дополнительным условием метода является требование того, чтобы число элементов AP на передаче и приеме было больше единицы, тогда каждый параметр вектора  $\boldsymbol{\eta}$  можно будет оценить при условии неизвестности остальных. В работе [7] доказано, что в MIMO системе gNB-UE можно подобрать такой вектор переданных сигналов  $\mathbf{x}(t)$  и диаграммообразующую матрицу  $\mathbf{F}$ , что однопозиционная система окажется оптимистической по геометрическому фактору точности. Информационная матрица Фишера  $\mathbf{J}_{\boldsymbol{\eta}}$  в такой системе будет иметь полный ранг тогда, когда матрица  $\mathbf{A}_0$  содержит не менее двух ненулевых собственных значения. Практическим следствием этого условия является требование использовать не менее двух лучей диаграммообразующей матрицы  $\mathbf{F}$ .

## IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе формализована математическая модель для установления нижних пределов точности оценки координат и ориентации однопозиционным методом в условиях прямой видимости в нисходящем gNB→UE канале между базовой станцией gNB и пользовательским устройством UE. Сформулировано условие практической реализуемости однопозиционного метода. В следующей части исследования представлен порядок оценки координат и ориентации устройства UE.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Фокин Г.А. Комплекс моделей и методов позиционирования устройств в сетях пятого поколения: дис. ... докт. техн. наук / СПбГУТ им. проф. М.А. Бонч-Бруевича. Санкт-Петербург, 2021. 499 с.
- [2] Киреев А.В., Фокин Г.А. Позиционирование базовой станции в сетях LTE средствами пространственной обработки сигналов // Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании. III Международная научно-техническая и научно-методическая конференция. Санкт-Петербург: СПбГУТ. 2014. С. 124–128.
- [3] Киреев А.В., Фокин Г.А. Позиционирование источников радиоизлучения в сетях LTE с использованием круговой антенной решетки // Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании. IV Международная научно-техническая и научно-методическая конференция. Санкт-Петербург: СПбГУТ. 2015. Т. 1. С. 122–126.
- [4] Фокин Г.А. Методика идентификации прямой видимости в радиоточках сетей мобильной связи 4-го поколения с пространственной обработкой сигналов // Труды Научно-исследовательского института радио. 2013. № 3. С. 78–82.

- [5] Фокин Г.А. Имитационное моделирование процесса распространения радиоволн в радиолиниях сетей мобильной связи 4-го поколения с пространственной обработкой сигналов // Труды Научно-исследовательского института радио. 2013. № 3. С. 83-89.
- [6] Wymeersch H. A simple method for 5G positioning and synchronization without line-of-sight // arXiv preprint. 2018. arXiv:1812.05417.
- [7] Shahmansoori A., Garcia G.E., Destino G., Seco-Granados G., Wymeersch H. 5G Position and Orientation Estimation through Millimeter Wave MIMO // 2015 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps), San Diego, CA, USA, 06-10 December 2015. pp. 1-6.
- [8] Shahmansoori A., Garcia G.E., Destino G., Seco-Granados G., Wymeersch H. Position and Orientation Estimation through Millimeter-Wave MIMO in 5G Systems // IEEE Transactions on Wireless Communications. 2018. Vol. 17. № 3. pp. 1822-1835.
- [9] Talvitie J., Valkama M., Destino G., Wymeersch H. Novel Algorithms for High-Accuracy Joint Position and Orientation Estimation in 5G mmWave Systems // 2017 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps), Singapore, 2017, pp. 1-7.
- [10] Wymeersch H. Near-field joint localization and synchronization // arXiv preprint. 2019. arXiv:1907.07411.
- [11] Wymeersch H. A Fisher Information Analysis of Joint Localization and Synchronization in near Field // 2020 IEEE International Conference on Communications Workshops (ICC Workshops), Dublin, Ireland, 07-11 June 2020. pp. 1-6.
- [12] Abu-Shaban Z., Keykhosravi K., Keskin M.F., Alexandropoulos G.C., Seco-Granados G., Wymeersch H. Near-field Localization with a Reconfigurable Intelligent Surface Acting as Lens // ICC 2021 - IEEE International Conference on Communications, Montreal, QC, Canada, 14-23 June 2021. pp. 1-6.
- [13] K. Keykhosravi, M. F. Keskin, G. Seco-Granados and H. Wymeersch, "SISO RIS-Enabled Joint 3D Downlink Localization and Synchronization," // ICC 2021 - IEEE International Conference on Communications, Montreal, QC, Canada, 2021, pp. 1-6.
- [14] Duarte M.F., Sarvotham S., Baron D., Wakin M. B., Baraniuk R.G. Distributed Compressed Sensing of Jointly Sparse Signals // Conference Record of the Thirty-Ninth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, CA, USA, 30 October – 02 November 2005. pp. 1537-1541.