

# Расчёт констант сверхтонкой структуры в мюонных атомах золота и иридия

С. Д. Холмес<sup>1</sup>, Ю. А. Демидов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Санкт-Петербургская школа физико-математических и компьютерных наук НИУ ВШЭ

<sup>2</sup> Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

iurii.demidov@gmail.com

**Аннотация.** В работе выполнен расчёт констант сверхтонкой структуры для низколежащих состояний мюонных атомов золота и иридия. В мюонных атомах поправки к константам сверхтонкой структуры связанные с изменениями в распределении заряда и намагничённости внутри атомного ядра чрезвычайно велики. В таких системах мюон находится в незранированном поле ядра, а мюон-электронными взаимодействиями можно пренебречь. Это позволяет выполнить расчёт констант сверхтонкой структуры с высокой точностью. Тогда отличие между экспериментально измеренными константами сверхтонкой структуры и рассчитанными теоретически можно объяснить вкладом ядерных эффектов и извлечь их из экспериментальных данных. Эти результаты полезны для понимания свойств атомных ядер.

**Ключевые слова:** мюонные атомы, сверхтонкая структура уровней, эффект Бора–Вайскопфа

## I. ВВЕДЕНИЕ

Магнитные дипольные константы сверхтонкой структуры (СТС) зависят от распределения заряда и намагничённости внутри атомного ядра. В приближении точечного ядра отношение постоянных СТС двух изотопов равно отношению их  $g$ -факторов ( $g_I = \mu/I\mu_N$ , где  $\mu$  и  $I$  – магнитный момент и спин ядра,  $\mu_N$  – ядерный магнетон). Для ядер конечных размеров, необходимо учитывать распределение намагничённости и заряда по объёму ядра. Первая поправка называется магнитной (Бора–Вайскопфа), вторая – зарядовой (Брейта – Розенталь). Эти поправки нарушают пропорциональность между константами СТС и ядерными  $g$ -факторами, что получило название сверхтонкой магнитной аномалии (СМА). СМА может быть получена из экспериментальных данных. Таким образом, можно изучать свойства ядер короткоживущих изотопов.

СМА в изотопических рядах калия и золота достигает больших значений, из-за сингулярности в поправке Бора–Вайскопфа при стремлении ядерного  $g$ -фактора к нулю [1, 2]. В мюонных атомах ядерные эффекты дополнительно усилены. Эта работа направлена на оценку вклада поправок Бора–Вайскопфа в константы сверхтонкой структуры мюонных атомов иридия и золота. Захват отрицательно заряженных мюонов атомами приводит к атомному каскаду. Этот процесс может экспериментально детектироваться с высокой точностью. Таким образом, константы сверхтонкой

структуры для низколежащих мюонных состояний измерены экспериментально.

Мюон имеет массу  $m_\mu = 206.7682830(46) m_e$ . Благодаря этому мюон находится в незранированном поле ядра. При этом мюон-электронным взаимодействием можно пренебречь по сравнению с взаимодействием мюона с ядром. В этом случае применимо водородоподобное приближение.

Взаимодействие мюона с ядром приводит к сверхтонкому расщеплению спектральных линий  $\Delta E$ , которое выражается формулой:

$$\Delta E = A[F(F + 1) - I(I + 1)j(j + 1)]/2.$$

Здесь  $A$  – магнитная дипольная константа сверхтонкой структуры,  $F$  – полный момент атома,  $I$  – спин ядра,  $j$  – полный момент мюона. Константа  $A$  сильно зависит от свойств ядра: его спина и магнитного момента  $\mu$ . Эти свойства сильно меняются для различных изотопов, кроме того с увеличением числа нейтронов постепенно растёт радиус ядра. Поэтому в выражении для константы сверхтонкой структуры важно разделить атомные и ядерные параметры. В общем виде это выражение может быть записано в следующей форме [3]:

$$A = gA_0(1 - \delta)(1 - \epsilon).$$

Здесь  $g$  – ядерный  $g$ -фактор,  $A_0$  – магнитная дипольная константа сверхтонкой структуры для точечного ядра,  $\delta$  – поправка на конечное распределение заряда ядра (Брейта–Розенталь),  $\epsilon$  – поправка на распределение ядерной намагничённости (Бора–Вайскопфа). Параметр  $A_0$  один и тот же для всех изотопов. Для мюонных атомов выражение для  $A_0$  известно в аналитическом виде [3]. Поправки  $\delta$  и  $\epsilon$  можно вычислить, изменяя радиус ядра. При расчёте поправки Бора–Вайскопфа необходимо учесть распределение ядерной намагничённости, которое зависит от валентной конфигурации нуклонов. Мы представляем поправку Бора–Вайскопфа в виде произведения [4, 5]:  $\epsilon = \epsilon_{at} d_{nuc}$ . При переходе от одного изотопа к другому ядерный множитель  $d_{nuc}$  может сильно меняться. Равномерному распределению ядерной намагничённости соответствует  $d_{nuc} = 1$ ;  $d_{nuc} = 0$  соответствует точечному магнитному диполю в центре ядра. В некоторых случаях ядерный множитель может быть вычислен в рамках одночастичной ядерной модели [1]:

$$d_{nuc} = 1 - 0.38 [1 - (1 + \zeta) \sigma_g / I g_I].$$

Здесь  $\zeta$  – так называемый параметр спиновой асимметрии [6],  $\sigma$  – усреднённая проекция спина нечетной частицы на направление  $\mathbf{I}$ . В данной работе мы рассмотрим изотопы иридия и золота с одним валентным протоном в состоянии  $d_{3/2}$ . В этом случае  $\sigma = -0.3$ ,  $\zeta = 1.0$ . Такие изотопы характеризуются небольшими ядерными  $g$ -факторами и, следовательно, большими поправками Бора–Вайскопфа, которые ещё более возрастают в мюонных атомах. Для оценки погрешности выполненных расчётов удобно рассмотреть изотопы  $^{191m}\text{Ir}$  и  $^{193m}\text{Ir}$ , в которых валентный протон находится в состоянии  $d_{5/2}$ . Эта конфигурация соответствует  $\sigma = 0.5$ ,  $\zeta = 2/7$ .

В мюонных атомах параметры  $A_0$  и  $\delta$  могут быть рассчитаны с высокой точностью. Это в сочетании с экспериментальными данными может дать информацию о множителях  $d_{\text{нuc}}$ . Для удобства введём параметр  $A_{\text{PD}}$ :

$$A_{\text{PD}} = g_{\text{I}} A_0(1 - \delta).$$

Константа сверхтонкой структуры  $A_{\text{PD}}$  соответствует приближению точечного магнитного диполя ( $\varepsilon = 0$ ). В результатах, обсуждаемых ниже, мы не учитываем вклад поправок квантовой электродинамики (КЭД) в  $A_{\text{PD}}$ . Эффекты КЭД могут оказаться достаточно большими, поскольку мюон находится в неэкранизованном поле ядра. Теперь поправку Бора–Вайскопфа можно извлечь из экспериментально измеренной константы сверхтонкой структуры:

$$\varepsilon = 1 - A/A_{\text{PD}}.$$

Вычислив атомную часть поправки Бора–Вайскопфа  $\varepsilon_{\text{ат}}$ , мы получаем значение множителя  $d_{\text{нuc}}$  из экспериментальных данных.

## II. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

### A. Мюонный атом иридия

Измерены константы сверхтонкой структуры для  $1s$  состояния нескольких изотопов мюонного иридия [7]. Результаты расчётов и сравнение с экспериментальными данными представлены в табл. I. Атомная часть поправок Бора–Вайскопфа слабо зависит от радиуса ядра, для всех рассмотренных изотопов иридия мы использовали  $\varepsilon_{\text{ат}} = 0.488$ . Для изотопов  $^{191m}\text{Ir}$  и  $^{193m}\text{Ir}$  одночастичная ядерная модель предсказывает малые значения  $d_{\text{нuc}}$ . Это согласуется с экспериментальными значениями ядерных множителей. Ядерный множитель, извлечённый из данных, для  $^{191}\text{Ir}$  равен  $-4.7(12)$ . Это значительно меньше предсказания одночастичной ядерной модели. Для изотопов золота мы наблюдали похожее поведение ядерных множителей. Поскольку значение ядерного множителя сильно зависит от величины ядерного  $g$ -фактора, то  $d_{\text{нuc}}$  ( $^{191}\text{Ir}$ ) следует сравнивать с  $d_{\text{нuc}}$  ( $^{199}\text{Au}$ ) =  $-3.2(5)$ ,  $g_{\text{I}} = 0.1799(5)$  и  $d_{\text{нuc}}$  ( $^{197}\text{Au}$ ) =  $-5.1(5)$ ,  $g_{\text{I}} = 0.097164(6)$  [2]. Для проверки того, что  $d_{\text{нuc}}$  ( $^{193}\text{Ir}$ ) =  $-2.5(8)$  так сильно отличается от  $d_{\text{нuc}}$  ( $^{191}\text{Ir}$ ) мы планируем выполнить расчёт констант сверхтонкой структуры для обычного атома иридия.

ТАБЛИЦА I. Константы СТС для основного состояния изотопов мюонного иридия. Единицы измерения констант СТС: кэВ. Экспериментально измеренные константы СТС приведены из работы [7]

Изотоп	$g_{\text{I}}$	$A_{\text{PD}}$	$A^{\text{экс}}$	$d_{\text{нuc}}$	$d_{\text{нuc}}^{\text{экс}}$
$^{191}\text{Ir}$	00.1001(4)	00.1341	0.440(80)	-7.7	-4.7(12)
$^{191m}\text{Ir}$	0.324(24)	0.4342	0.584(64)	-0.1	-0.7(3)
$^{193}\text{Ir}$	0.1087(4)	0.1457	0.320(51)	-7.0	-2.5(8)
$^{193m}\text{Ir}$	0.356(16)	0.4771	0.426(54)	0.0	0.2(3)

### A. Мюонный атом золота

В работах [2, 8] мы определили ядерный множитель для стабильного изотопа золота  $d_{\text{нuc}}$  ( $^{197}\text{Au}$ ) =  $-5.1(5)$  из анализа экспериментальных данных для обычного атома золота. Таким образом, устранена главная неопределённость в оценке величины поправки Бора–Вайскопфа. Используя это значение, мы выполнили расчёт констант СТС для низколежащих состояний мюонного атома золота. Эти данные приведены в табл. II. Экспериментальные данные о константах СТС мюонного золота взяты из работы [9]. Отметим, что разумное согласие экспериментальных и теоретических данных достигнуто только для состояния  $2p_{3/2}$ . Мы считаем, что приведённые в работе [9] экспериментальные данные получены косвенно и должны быть пересмотрены.

ТАБЛИЦА II. Сравнение констант сверхтонкой структуры в кэВ для низколежащих состояний мюонного  $^{197}\text{Au}$  с экспериментальными данными [9].

Состояние	$A_{\text{PD}}$	$\varepsilon_{\text{ат}}$	$A$	$A^{\text{экс}}$
$1s_{1/2}$	0.13739	0.5198	0.502(36)	0.307(53)
$2s_{1/2}$	0.07089	0.5178	0.258(18)	0.157
$2p_{1/2}$	0.03271	0.6830	0.147(12)	0.076
$2p_{3/2}$	0.01308	0.1185	0.021(1)	0.020

## III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Магнитные дипольные константы сверхтонкой структуры (СТС) очень чувствительны к изменениям в распределении заряда и намагничённости внутри атомного ядра. В мюонных атомах эти эффекты ещё более усилены. Так, в случае мюонного атома золота учёт поправки Бора–Вайскопфа для  $s$  и  $p_{1/2}$  состояний изменяет результат более чем в 2 раза. Возможность достаточно точного расчёта параметра  $A_{\text{PD}}$  делает мюонные атомы очень удобным инструментом для изучения свойств ядер. Однако точность экспериментальных данных не всегда позволяет это сделать.

В работе мы рассмотрели мюонные атомы иридия и золота. Для ряда изотопов из экспериментальных данных были извлечены ядерные вклады в поправки Бора–Вайскопфа. Полученные  $d_{\text{нuc}}$  мы будем использовать при расчёте констант сверхтонкой структуры обычных нейтральных атомов.

### БЛАГОДАРНОСТЬ

Авторы выражают признательность Козлову Михаилу Геннадьевичу и Ерохину Владимиру Анатольевичу за предоставление программ и оказанную помощь при проведении расчётов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Demidov Yu.A., Kozlov M.G., Barzakh A.E. et al. Bohr-Weisskopf effect in the potassium isotopes // *Phys. Rev. C*, V. 107, P. 024307 (2023).
- [2] Demidov Yu.A., Konovalova E.A., Imanbaeva R.T. et al. Atomic calculations of the hyperfine-structure anomaly in gold // *Phys. Rev. A*, V. 10, P. 032824 (2021).
- [3] Shabaev V.M. Hyperfine structure of hydrogen-like ions // *J. Phys. B*, V. 27, P. 5825-5832 (1994).
- [4] Konovalova E.A., Kozlov M.G., Demidov Yu.A. et al. Calculation of thallium hyperfine anomaly // *Rad. Applic.*, V. 2, P. 181–185 (2017).
- [5] Konovalova E.A., Demidov Yu.A., Kozlov M.G. et al. Calculation of francium hyperfine anomaly // *Atoms*, V. 6, P. 39 (2018).
- [6] Bohr A. Nuclear magnetic moments and atomic hyperfine structure // *Phys. Rev.*, V. 81, P. 331 (1951).
- [7] Büttgenbach S. Magnetic hyperfine anomalies // *Hyperfine Interact.*, V. 20, P. 1–64 (1984).
- [8] Barzakh A.E., Atanasov D., Andreyev A.N. et al. Hyperfine anomaly in gold and magnetic moments of  $I^{\pi} = 11/2^{-}$  gold isomers // *Phys. Rev. C*, V. 101, P. 034308 (2020).
- [9] Powers R. J., Martin P., Milleret G. H. al. Muonic  $^{197}\text{Au}$ : A test of the weak-coupling model // *Nucl. Phys. A*, V. 230, P. 413–444 (1974).