

Алгоритмы обработки сигналов при воспроизведении электроэнергетических величин в эталонном комплексе

Ю. А. Локачева

Всероссийский научно-исследовательский институт метрологии имени Д. И. Менделеева

yu.a.lokacheva@vniim.ru

Аннотация. Рассмотрены алгоритмы обработки сигналов при воспроизведении электроэнергетических величин, представленных цифровыми копиями сигналов напряжения и тока, в комплексе аппаратных средств высшей точности.

Ключевые слова: алгоритмы определения параметров сигналов; дискретное преобразование Фурье; алгоритмы интерполяции спектра; алгоритмы оптимизации

I. ВВЕДЕНИЕ

Одним из приоритетов развития энергосистем во всем мире является внедрение автоматизированных цифровых приборов и систем контроля параметров электроэнергетических сигналов, систем мониторинга переходных режимов.

Такие приборы и системы обеспечивают синхронные измерения значений напряжения и силы тока в различных точках сети и на основании этих измерений определяют значения базовых параметров (величин) сигналов. Перечень основных величин:

- значения гармонических и интергармонических составляющих токов и напряжений;
- углы сдвига фазы гармонических составляющих относительно меток шкалы времени UTC (SU);
- значение частоты основной гармоники;
- мгновенное значение частоты основной или высших гармоник напряжения;
- скорость изменения частоты основной или высших гармоник напряжения.

В рамках НИОКР лаборатория госэталонов в области электроэнергетики ВНИИМ создала комплекс аппаратных средств высшей точности в области измерения электроэнергетических величин, представленных цифровыми копиями сигналов напряжения и тока. Комплекс позволяет измерять и воспроизводить величины, представленные выше. Для каждой величины были реализованы алгоритмы вычислений по цифровым копиям сигналов.

II. АЛГОРИТМЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ ПРИ

ВОСПРОИЗВЕДЕНИИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

A. Параметрические алгоритмы

Алгоритмы, позволяющие определить параметры модели сигнала, наилучшим образом соответствующие входной цифровой копии сигнала с помощью методов оптимизации. Критерием соответствия является минимум среднеквадратической разности между

входным сигналом и сигналом, полученным по модели с найденными параметрами. Модель сигнала представляется как сумма K компонент чисто синусоидальных или линейно частотно-модулированных сигналов, каждый из которых характеризуется набором параметров: A_k и B_k (задают амплитуду и начальную фазу), C – постоянная составляющая, ω_k – частота, R_k – скорость изменения частоты (ROCOF), где k – номер компоненты в модели. Вид модели сигнала $y_n(x)$ задается формулой (1):

$$y_n(x) = C + \sum_k \left(A_k \cos \left(\omega_k t_n + \frac{R_k}{2} t_n^2 \right) - B_k \sin \left(\omega_k t_n + \frac{R_k}{2} t_n^2 \right) \right) \quad (1)$$

где t_n – дискретные моменты времени.

Если $R_k = 0$, а частоты ω_k заранее заданы и образуют равномерную сетку на оси частот, то задача превращается в обычное дискретно-временное разложение Фурье, для которого существуют быстрая реализация.

Если $R_k \neq 0$, а частоты ω_k заранее заданы, но расставлены произвольным образом по оси частот, то задача остается линейной по параметрам и решается с помощью метода наименьших квадратов [1].

$$\sum_{n=0}^{N-1} \left(\hat{y}_n - \left(C + \sum_k A_k \cos(\omega_k t_n) - B_k \sin(\omega_k t_n) \right) \right)^2 \rightarrow \min. \quad (2)$$

Взяв частные производные от выражения (2) по неизвестным A_k , B_k и C и приравняв их нулю, получим систему линейных уравнений (3), решением которой и будут искомые A_k , B_k и C [2].

$$Dx = y, \quad (3)$$

где y записан в матричной нотации и представляет собой отчеты исходного гармонического сигнала в виде вектор-столбца

$$y = \begin{pmatrix} \hat{y}_0 \\ \vdots \\ \hat{y}_{N-1} \end{pmatrix};$$

x – набор неизвестных параметров, $x = (A_k, B_k, C)^T$;

и прямоугольная матрица D

$$D = \begin{pmatrix} \cos \omega_k t_0 & -\sin \omega_k t_0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos \omega_k t_{N-1} & -\sin \omega_k t_{N-1} & 1 \end{pmatrix}.$$

Такой алгоритм вычисления параметров гармонического сигнала в зарубежных источниках принято называть трехпараметрическим алгоритмом [2] по числу неизвестных параметров для сигнала из одного компонента.

Если $R_k = 0$, а частоты ω_k заранее не известны или требуют уточнения, то в уравнении (1) появляется дополнительный искомый параметр. Само уравнение становится нелинейным по параметрам.

Один из способов решения – линеаризовать уравнение в районе рабочей точки [2]. Такой алгоритм принято называть четырехпараметрическим по числу неизвестных параметров для сигнала из одного компонента.

Для нахождения ω_k достаточно найти разницу (отклонение) искомого значения частоты ω_k от ее приближенного значения $\hat{\omega}_k$

$$\Delta\omega_k = \omega_k - \hat{\omega}_k. \quad (4)$$

Тогда модель сигнала с неизвестными амплитудой, фазой, частотой компонент и постоянной составляющей, с учетом выражения (4), примет следующий вид

$$y_n(x) = C + \sum_k (A_k \cos((\hat{\omega}_k + \Delta\omega_k)t_n) - B_k \sin((\hat{\omega}_k + \Delta\omega_k)t_n)) \quad (5)$$

где набор искомых параметров x определяется как

$$x = (A_k, B_k, \Delta\omega_k, C)^T.$$

Используя тригонометрические тождества, разложение в ряд Тейлора функций косинуса и синуса и отбрасывая члены второго и более порядков малости, с учетом возникающего условия $\Delta\omega_k t_n \ll 1$, получим модель сигнала (5) в следующем виде

$$y_n(x) = C + \sum_k (A_k \cos \hat{\omega}_k t_n - B_k \sin \hat{\omega}_k t_n - \Delta\omega_k t_n (A_k \sin(\hat{\omega}_k t_n) + B_k \cos(\hat{\omega}_k t_n))) \quad (6)$$

Заменяя переменные A_k и B_k в предпоследнем члене уравнения (5) на $A_{k_{i-1}}$ и $B_{k_{i-1}}$ и принимая их за известные величины, полученные на предыдущем этапе вычислений или определенные другим способом, уравнение (5) представится уже в виде линейного по параметрам

$$y_n(x) = C + \sum_k (A_k \cos \hat{\omega}_k t_n - B_k \sin \hat{\omega}_k t_n - \Delta\omega_k t_n (A_{k_{i-1}} \sin(\hat{\omega}_k t_n) + B_{k_{i-1}} \cos(\hat{\omega}_k t_n)))$$

Таким образом, решение задачи нахождения набора неизвестных параметров в матричном виде на итерации i сводится к решению следующего уравнения

$$x_i = (\hat{D}_i^T \hat{D}_i)^{-1} \hat{D}_i^T y. \quad (7)$$

Очевидно, что дальнейшее добавление в модель параметров R_k не меняет сути задачи с точки зрения оптимизационных алгоритмов (не считая сложностей, связанных с размерностью пространства поиска). С математической точки зрения добавление R_k – означает переход к поиску решения не в базисе чисто гармонических функций, а в базисе ЛЧМ (Chirp) сигналов. Таким образом, в модели сигнала (1) задействуется еще один вид искомых параметров R_k – скорость изменения частоты k -го компонента. Теперь задача состоит в нахождении вектора неизвестных параметров

$$x = (A_k, B_k, \Delta\omega_k, \Delta R_k, C)^T.$$

Для нахождения R представим разницу искомого значения скорости изменения частоты R от некоторого ее приближенного значения $\hat{R}$

$$\Delta R = R - \hat{R}. \quad (8)$$

С учетом введенных обозначений (4) и (8), модель ЛЧМ сигнала примет следующий вид

$$y_n(x) = C + \sum_k \left(A_k \cos \left(\hat{\omega}_k t_n + \frac{\hat{R}_k}{2} t_n^2 + \Delta\omega_k t_n + \frac{\Delta R_k}{2} t_n^2 \right) - B_k \sin \left(\hat{\omega}_k t_n + \frac{\hat{R}_k}{2} t_n^2 + \Delta\omega_k t_n + \frac{\Delta R_k}{2} t_n^2 \right) \right) \quad (9)$$

Аналогично, случаю с четырьмя неизвестными параметрами для линеаризации получившейся модели (9), используются разложения в ряд Тейлора функций синуса и косинуса и отбрасываются члены второго и более порядков малости. При этом возникает дополнительное условие $\frac{\Delta R}{2} t_n^2 \ll 1$. При имеющихся начальных приближениях $A_{k_{i-1}}$, $B_{k_{i-1}}$, $\hat{\omega}_{k_{i-1}}$ и $\hat{R}_{k_{i-1}}$ модель сигнала (9) становится линейной по параметрам и в результате решения уравнения (7) получаются уточненные параметры A_k, B_k и C и новые поправки – приращения для круговой частоты $\Delta\omega_k$ и скорости изменения частоты ΔR_k , соответствующие каждой ЛЧМ-компоненте, которые будут использованы для получения новых оценок ω_k и R_k для следующей итерации.

Такой алгоритм расчета параметров ЛЧМ-сигнала (амплитуды, фазы, частоты, скорости изменения частоты и постоянного смещения) по аналогии с алгоритмом четырехпараметрической аппроксимации данных синусоидальных сигналов (An algorithm for four-parameter least-squares fit to sine-wave data, описанного в зарубежном стандарте IEEE Std 1241 - 2010, приложении В), будем называть пятипараметрическим по числу неизвестных параметров для сигнала из одного компонента.

Преимуществом параметрических алгоритмов является возможность достигнуть предельно высокой точности определения параметров в случае низкого уровня шумов и помех. Использование параметрических алгоритмов дает возможность «уйти» от спектральных утечек и краевых эффектов. Однако данные алгоритмы являются вычислительно затратными, требуют начальных приближений параметров и контроля сходимости. В качестве источника начальных приближений для параметрических алгоритмов могут использоваться алгоритмы, построенные на основе оконного преобразования Фурье и интерполяции текущих спектров.

В. Алгоритмы интерполяции спектра

Другой тип реализованных алгоритмов – алгоритмы, построенные на основе оконного преобразования Фурье и интерполяции спектров для определения параметров гармоник и интергармоник.

Алгоритмы интерполированного ДПФ используют спектральные отсчеты, называемые бинами, с наибольшей амплитудой в качестве базовой частоты и соседние элементы разрешения для интерполяции частоты, амплитуды и фазы оцененного пика спектра на основе соотношений амплитуд соседних бинов. Соседние бины содержат информацию об утечке, на которую дополнительно влияет окно, используемое для уменьшения ее воздействия [3, 4].

Технология интерполяции спектра основана на оценке амплитуды гармонической составляющей сигнала по ближайшим отсчетам спектра (рис. 1).

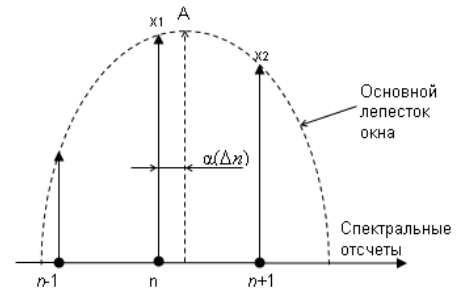


Рис. 1. Спектральные отсчеты и основная гармоника

где A – амплитуда гармоники, α – относительный сдвиг частоты относительно спектрального отсчета x_1 , x_2 – спектральные отсчеты в зоне нахождения основной гармоники.

В общем виде, в независимости от типа окна, амплитуда гармоники A и относительный сдвиг частоты гармоники относительно спектрального отсчета α являются решениями системы нелинейных уравнений [3, 4].

$$\begin{cases} A \cdot H(\alpha) = x_1 \\ A \cdot H(1 - \alpha) = x_2 \end{cases}$$

где H – частотная характеристика окна.

Алгоритмы интерполяции спектра не требуют начальных приближений, всегда вычислительно устойчивы, менее вычислительно затратны, чем оптимизационные алгоритмы.

С. Алгоритмы, основанные на переносе спектра и линейной фильтрации

Для определения параметров синхронизированных векторных измерений (параметров ЛЧМ-сигнала) используется алгоритм, приведенный в стандартах IEEE Std C37.118.1-2011 и IEEE Std C37.118.1a-2014. Базовая модель обработки сигналов при измерении параметров ЛЧМ-сигнала изображена на рис. 2 [5, 6].

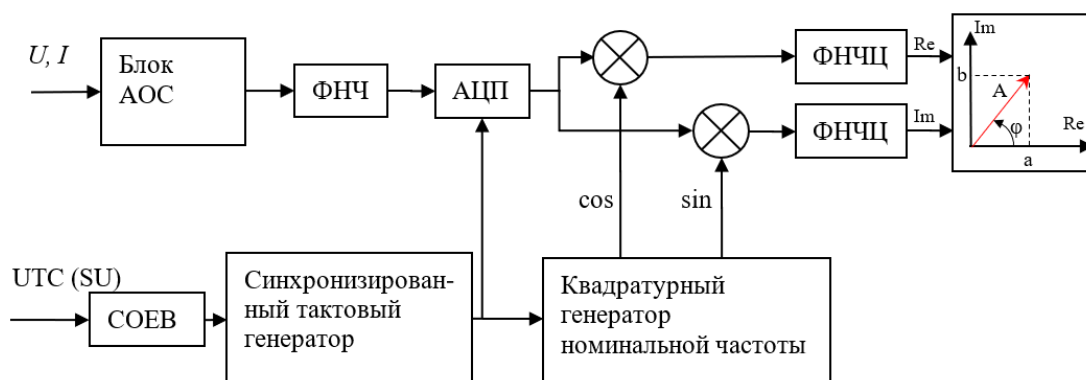


Рис. 2. Рис. 2 – Базовая модель обработки сигнала при измерении параметров ЛЧМ-сигнала

СОЕВ – система обеспечения единого времени; Блок АОС – блок аналоговой обработки сигнала; ФНЧ – фильтр нижних частот (антиалиазинговый фильтр); АЦП – аналого-цифровой преобразователь; ФНЧЦ – фильтр нижних частот цифровой; Re – вещественная компонента синхрофазора; Im – мнимая компонента синхрофазора.

Такой алгоритм основан на переносе спектра основной гармоники сигнала на низкую частоту с помощью его умножения на выходной сигнал квадратурного генератора номинальной частоты и выделения информативного сигнала с помощью цифрового ФНЧ.

На выходе схемы, представленной на рис. 2, имеем синхронизированный вектор в комплексной плоскости. Расчет амплитуды и фазы производится по следующим формулам [5, 6]

$$A = \sqrt{a^2 + b^2},$$

$$\varphi = \arctg\left(\frac{b}{a}\right), \text{ если } a > 0,$$

$$\varphi = \arctg\left(\frac{b}{a}\right) + \pi, \text{ если } a < 0.$$

Частота ($f(t)$) определяется как производная (разделенная разность первого порядка) от фазы, а скорость изменения частоты (ROCOF(t)) определяется как вторая производная (разделенная разность второго порядка) от сигнала фазы.

Параметры синхронизированных измерений, особенно мгновенная частота и скорость изменения частоты, являются достаточно сложными для измерения. Так как при вычислении $f(t)$ (дифференцировании сигнала фазы) и ROCOF(t) усиливаются высокочастотные шумы, вследствие этого затрудняется нахождение информации о параметрах.

III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ФГУП «ВНИИМ» им. Д.И. Менделеева разработан и реализован набор алгоритмов для применения в эталонных установках электроэнергетических величин. Программное обеспечение, реализующее описанные алгоритмы, включено в состав комплекса аппаратных средств высшей точности в области измерения электроэнергетических величин, представленных цифровыми копиями сигналов тока и напряжения, а также внедрено в Государственном первичном эталоне электрической мощности ГЭТ 153.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] IEEE Std 1241 - 2010 - IEEE Standard for Terminology and Test Methods for Analog-to-Digital Converters, 2011
- [2] D.Belega, D. Dallet, D. Petri Performance comparison of the three-parameter and the four-parameter sine-fit algorithms, // 2011 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2011, pp. 1–4, DOI: 10.1109/IMTC.2011.5944010
- [3] Grandke T., Interpolation Algorithms for Discrete Fourier Transforms of Weighted Signals // IEEE Trans. Instrum. Meas. vol. 32, no 2, pp. 350-355, June 1983
- [4] Duda K., Interpolation Algorithms of DFT for Parameters Estimation of Sinusoidal and Damped Sinusoidal Signals
- [5] IEEE Std C37.118.1-2011 - IEEE Standard for Synchrophasor Measurements for Power Systems
- [6] IEEE Std C37.118.1a-2014 - IEEE Standard for Synchrophasor Measurements for Power Systems.