

Исследование преобразований Вигнера–Виля и Радона в задаче оценки параметров сигналов

Д. В. Гайворонский

Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

dvg@etu.ru

А. В. Дианов

Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

aleksey.dianov@yandex.ru

Аннотация. В работе представлены результаты исследования преобразований Вигнера–Виля и Радона. Рассмотрены возможности их применения в задаче оценивания параметров простых и сложных сигналов. Предложены алгоритмы оценки времени запаздывания и доплеровского смещения частоты и разработаны программные модули в среде MATLAB

Ключевые слова: вейвлет-преобразование; преобразование Вигнера–Виля; преобразование Радона; скейлограмма; простые и сложные сигналы; оценка времени запаздывания; доплеровское смещение частоты

I. ВВЕДЕНИЕ

Одной из важнейших задач в области радиотехники является исследование структуры сигналов, а также оценивание их параметров. Классическими методами решения этих задач являются использование преобразования Фурье (разложение в ряд Фурье) и анализ функции неопределённости сигнала, соответственно. Главной целью проделанной работы являлось исследование альтернативных методов, основанных на преобразованиях вейвлетов, Вигнера–Виля и Радона.

II. ИСПОЛЪЗУЕМЫЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ

A. Вейвлет-преобразование

В настоящее время большую актуальность и популярность приобретает инструмент вейвлет-преобразования, который даёт существенные преимущества по сравнению с классическим и оконным преобразованиями Фурье (рис. 1а). Одно из главных преимуществ заключается в локальности вейвлета, что означает, что в самой вейвлет-функции заложена операция умножения на окно. Для реализации возможности расширять или сужать вейвлет (рис. 1б и рис. 2) вводится параметра a , который отвечает за масштаб во временной области. С ростом a происходит увеличение разрешающей способности по частоте (при этом уменьшается разрешающая способность по времени); в свою очередь уменьшение a приводит к увеличению разрешения во временной области (при этом уменьшается разрешающая способность по частоте). Эта особенность позволяет адаптировать вейвлет-функцию под любые особенности сигнала, как показано в [2], [3].

Теория вейвлет-преобразования не является фундаментальной физической теорией, однако она представляет собой полезный и удобный инструмент решения многих задач (в настоящее время с помощью вейвлетов осуществляется очистка сигналов от шумов, разложение (декомпозиция) сигналов и изображений по высокочастотным и низкочастотным составляющим и пр.).

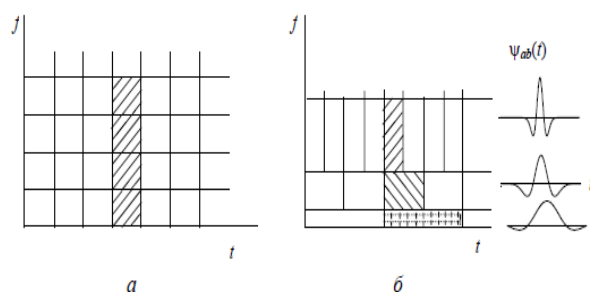


Рис. 1. Частотно-временное представление свойств оконного преобразования Фурье (а) и вейвлет-функций (б)

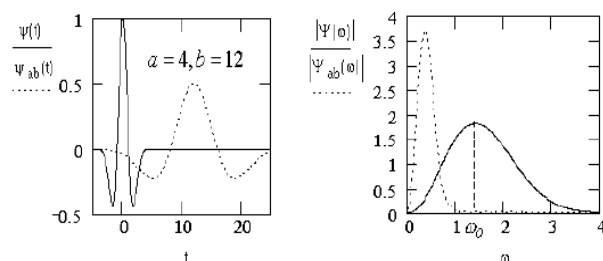


Рис. 2. Представление вейвлет-функции (на примере вейвлета Mhat «Мексиканская шляпа») во временной и в частотной областях

В нашем случае одним из таких важных инструментов служит прямое непрерывное вейвлет-преобразование (ПНВП или CWT – continuous wavelet transform), визуализацией которого является скейлограмма – двумерный график, позволяющий получить представление о сигнале как во временной, так и в частотной областях. В результате была сделана оценка содержащихся в сигнале спектральных составляющих и получена информация о характерных временных изменениях рассматриваемых сигналов (рис. 3 и 4).

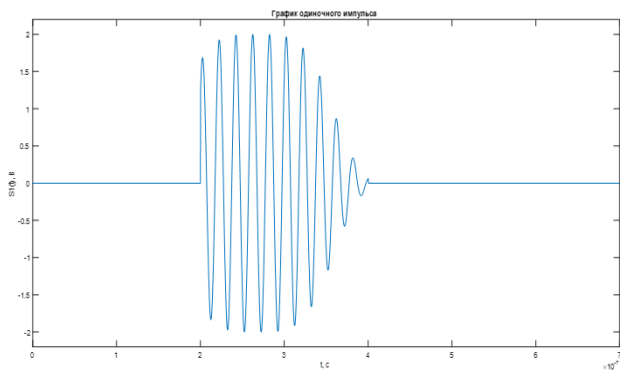


Рис. 3. Осциллограмма тестового прямоугольного радиопульса

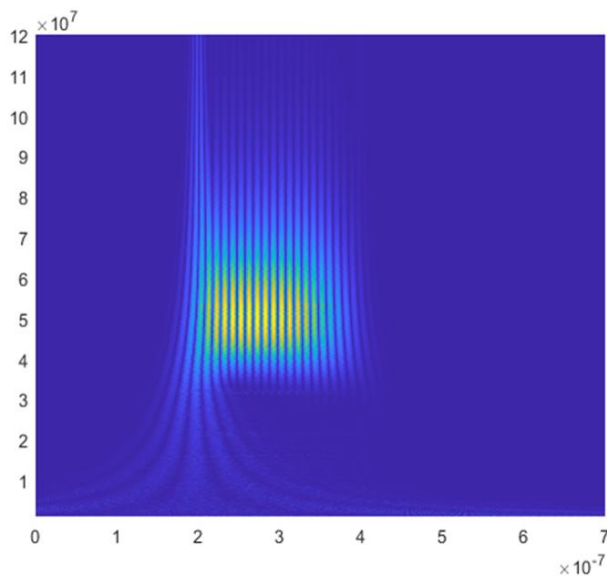


Рис. 4. Скейлограмма прямоугольного импульса, изображённого на рис. 3, построенная с помощью вейвлета Морле

В. Преобразование Вигнера–Виля и Радона

Методы Вигнера–Виля и Радона, по аналогии с вейвлет-преобразованием, также позволяют устранить (или по крайней мере уменьшить) главный недостаток преобразования Фурье – получение информации о сигнале только в частотной области.

Распределение Вигнера–Виля $P(t, \omega)$ относится к числу совместных время-частотных распределений:

$$P(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t + \tau/2) s^*(t - \tau/2) \exp(-j\omega\tau) d\tau.$$

В качестве функции $s(t)$ рассматривается исследуемый сигнал, который обычно представляется в виде:

$$s(t) = \sum_{k=1}^n u_k(t),$$

то есть он состоит из нескольких составляющих (гармоник) $u_k(t)$ с амплитудами $U_k(t)$ и фазами $\psi_k(t)$:

Преобразование Вигнера–Виля концептуально связано с традиционным методом построения распределений по их характеристическим функциям. Для распределения Вигнера–Виля таковой является функция неопределённости Вудворда [4].

Метод Радона – это интегральное преобразование функции многих переменных (как правило двух), родственное преобразованию Фурье, которое осуществляется в соответствии со следующим выражением:

$$R(s, \alpha) = \int_{L=AA'} f(x, y) dL = \int_{-\infty}^{+\infty} f(s \cdot \cos(\alpha) - z \cdot \sin(\alpha), s \cdot \sin(\alpha) + z \cdot \cos(\alpha)) dz$$

Преобразование Радона имеет простой геометрический смысл – это интеграл от функции $f(x, y)$ вдоль прямой AA' , которая является перпендикулярной вектору $\vec{n} = (\cos(\alpha), \sin(\alpha))$ и проходящей на расстоянии s (измеренном вдоль вектора \vec{n} с соответствующим знаком) от начала координат. Интегрирование ведётся по новой переменной z (ось z (S) получается путём поворота на угол α против часовой стрелки оси y (x)). При рассмотрении в качестве функции $f(x, y)$ поверхности, состоящей из набора временных осциллограмм сигналов, каждый из которых имеет свою частоту, с помощью преобразования Радона появляется возможность сделать оценку изменения частоты и временных параметров сигнала в соответствии с ходом прямой AA' на частотно-временной плоскости.

Визуализацией результатов преобразования Вигнера–Виля является двумерный график линий уровня, зависящий от времени и частоты (по аналогии со способом отображения скейлограммы). В результате исследования, с помощью возможностей системы MATLAB, была сделана оценка содержащихся в сигнале спектральных составляющих и получена информация о характерных временных изменениях (рис. 5 и 6). Отличительной особенностью метода Вигнера–Виля является появление взаимных членов, которые обусловлены выполняемыми математическими операциями при осуществлении преобразования. Наличие взаимных членов искажает и маскирует автономные распределения, т. е. распределения на частотах, непосредственно содержащихся в спектре сигнала. В связи с этим существуют различные способы уменьшения влияния взаимных членов на функцию $P(t, \omega)$, которые основаны на включении в преобразование Вигнера–Виля фильтрующих ядер, что обусловило появление разного рода частных распределений со своим для каждого из них время-частотным разрешением.

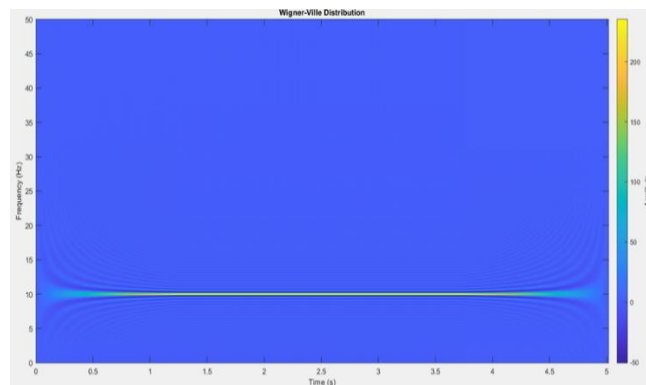


Рис. 5. Визуализация результатов преобразования Вигнера–Виля над прямоугольным радиопульсом

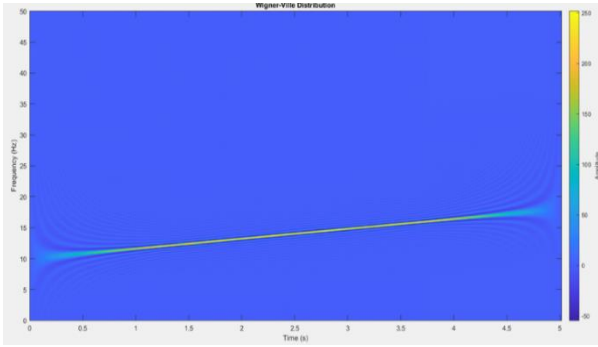


Рис. 6. Визуализация результатов преобразования Вигнера–Вилля ЛЧМ-сигналом

В отличие от методов вейвлет-обработки и Вигнера–Вилля, визуализация результатов преобразования Радона, полученная с помощью встроенной функции системы MATLAB, не отражает необходимых для проведения исследования изменений в поверхности $f(t, \omega)$, вследствие чего была написана собственная функция, с использованием которой результаты отражают реальное изменение параметров сигнала (рис. 7 и 8).

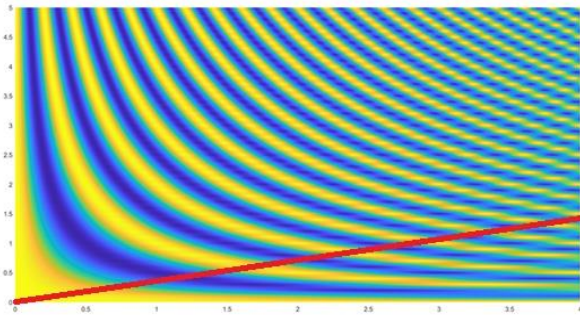


Рис. 7. Визуализация трёхмерной поверхности уровней (вид сверху), построенной с помощью набора прямоугольных радиоимпульсов. Красная линия описывает ход прямой AA'

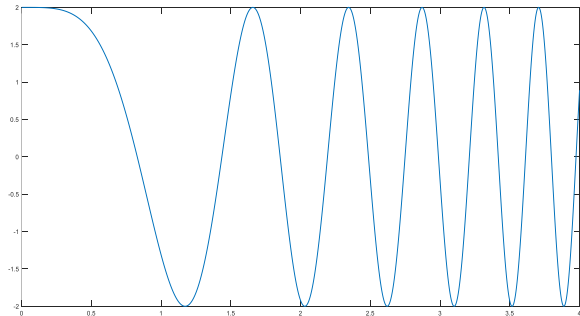


Рис. 8. Визуализация сечения трёхмерной поверхности уровней прямой AA'

III. СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ ОЦЕНИВАНИЯ

Ключевым назначением вышеописанных преобразований является их использование для оценки параметров сигналов. Поставленную задачу удобно рассматривать в рамках классической радиолокационной задачи. Предполагается, что с помощью радиолокационной станции (РЛС) осуществляется мониторинг некоторой области пространства, при этом РЛС излучает в это пространство сигнал, который попадает на объект локации и рассеивается на нём. Кроме того, объект локации может двигаться, в результате чего под действием эффекта Доплера меняется частота и длительность сигнала. Время, за

которое сигнал распространяется до объекта локации и обратно (т. е. время запаздывания), и смещение частотного спектра принятого сигнала являются оцениваемым параметром.

A. Оценка времени запаздывания

Предлагаемый метод оценки времени запаздывания с помощью вейвлетов предполагает, что программным образом осуществляется вычитание вейвлет-преобразования принятого сигнала и вейвлет-преобразования сигнала, задержанного (опережающего) на различные временные значения (это эквивалентно сдвигу по временной оси вправо или влево). При этом разностный сигнал будет минимальным по уровню тогда и только тогда, когда искусственно вносимый временной сдвиг совпадает с истинным значением времени запаздывания (метод подразумевает использование многоканальной схемы, и при переходе от канала к каналу значение вносимого временного сдвига меняется).

B. Оценка доплеровского смещения

Метод оценки доплеровского смещения с помощью вейвлетов также строится на использовании многоканальной схемы. Но в этом случае осуществляется вычитание вейвлет-преобразования принятого сигнала и вейвлет-преобразования сигнала с искусственно внесённым программным способом доплеровским смещением. Аналогично предыдущему методу минимальный уровень разностного сигнала будет зафиксирован тогда и только тогда, когда искусственно вносимый доплеровский сдвиг совпадает (или близок) с (к) его истинным(ому) значением(ю) (аналогично подразумевается изменение доплеровского сдвига при переходе от канала к каналу).

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённое моделирование показало, что предложенный метод отличается от классических методов оценки параметров сигнала, основанных на использовании функции неопределённости и подразумевающих корреляционную обработку [5], более высоким быстродействием (результаты проведённых тестов показали, что временные затраты предложенного алгоритма примерно в 4,68 раз меньше того времени, которое тратит на расчёт классический метод).

Такие изменения обусловлены уменьшением объема вычислений и использованием простых математических операций при обработке сигнала. Предполагается проведение дальнейших работ, которые будут посвящены синтезу алгоритмов оценивания параметров сигналов с помощью всех заявленных преобразований, а также сравнению эффективности оценивания исследованных преобразований между собой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. Москва: Высшая школа, 2000. 462 с.
- [2] Яковлев А.Н. Введение в вейвлет-преобразования: Учеб. пособие. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. 104 с.
- [3] Воробьев В.И., Грибунин В.Г. Теория и практика вейвлет-преобразования. СПб.: Изд-во ВУС, 1999. 208 с.
- [4] William B. Case. Wigner functions and Weyl transforms for pedestrian: Department of Physics, Grinnell College, P.O. Box 805, cGrinnell, Iowa, 50112.
- [5] Андреева О.М., Маругин А.С., Пыко С.А. Статистическая теория радиотехнических систем: учеб. пособие в 3 ч. Ч. 1 / под общ. ред. проф. В.П. Ипатова и проф. Ю.Д. Ульяниченко. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2015. 146 с.