Оценка диэлектрической проницаемости по отраженному сигналу от границы раздела сред распространения

И. А. Зайцев
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
Ivan-za-2000@mail.ru

Аннотация. **Доклад посвящён моделированию и аналитическому обоснованию модели распространения радиосигналов в двухслойной среде - воздух (свободное пространство) и некоторый диэлектрик. Согласно модели, радиосигнал покидает антенное устройство и распространяется в свободном пространстве, а после рассеивается в некотором диэлектрике (рассеивающая среда) с отличными от свободного пространства диэлектрическими свойствами. По отраженным от границы раздела диэлектрика и свободного пространства сигналам оценивается спектральная характеристика коэффициента рассеяния, по которой далее производится оценка диэлектрических свойства рассеивающей среды.**

Ключевые слова: радиолокация; радиофизика; диэлектрическая проницаемость; диэлектрики; моделирование сред распространения радиосигналов.

I. Постановка задачи

В первую очередь необходимо формализовать рассматриваемую в данной работе и изображенную на рис. 1 модель. Обработчик РЛС (ОРЛС) формирует сигнал и через антенное устройство (АУ) передаёт сигнал в свободное пространство. Сигнал проходит в свободном пространстве некоторое расстояние R и отражается от некоторого диэлектрика со свойствами $\varepsilon_1\mu_1$ с коэффициентом отражения $K_{отр}$. Отраженный сигнал принимается антенным устройством (АУ) и поступает обратно в обработчик. Формально, задача состоит в поиске такого алгоритма, который численно выполнял бы количественную оценку диэлектрических свойств $\varepsilon_1\mu_1$.

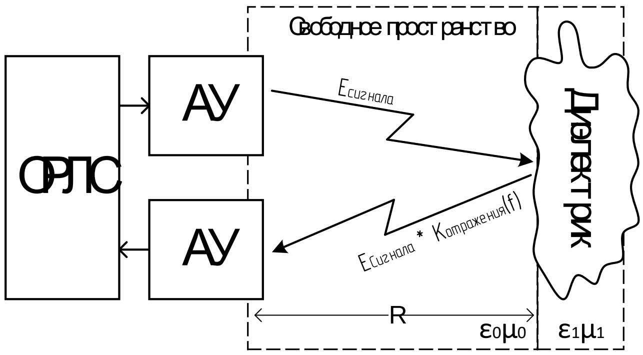

Рис. 1. Рассматриваемая модель

Ключевым допущением является априорное знание того, что магнитная проницаемость диэлектрика близка к магнитной проницаемости свободного пространства. Отсюда выходит, что требуется количественно оценить только диэлектрическую проницаемость.

Следующим важным замечанием служит то, что диэлектрическая проницаемость – величина, зависящая от частоты приложенного электромагнитного поля. Таким образом задача расширяется и далее формализуется так: необходимо по принятому отраженному от границы раздела свободного пространства и диэлектрика сигналу количественно определить закон изменения диэлектрической проницаемости диэлектрика.

II. Математическая модель распространения и отражения сигнала

Рассмотрим основное уравнение радиолокации [1] с точки зрения мощности принятого сигнала:

$$P_{RX} = \frac{P_{TX} \cdot G_{TX} \cdot G_{RX} \cdot \sigma \cdot \lambda^2}{(4 \cdot \pi)^3 \cdot R^4}$$

где: P_{TX}, P_{RX} – переданная и принятая мощность соответственно; G_{TX}, G_{RX} – коэффициенты направленного действия (КНД) передающей и приёмной антенн соответственно; λ – длина волны; σ – эффективная площадь рассеяния (ЭПР) границы раздела сред; R – расстояние до границы раздела сред.

Известно, что ЭПР цели можно определить как:

$$\sigma = \frac{4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \Pi_{отр}}{\Pi_{пад}}$$

где: $\Pi_{отр}$ – плотность потока мощности, отраженного целью; $\Pi_{пад}$ – плотность потока мощности, падающего на цель.

В таком случае удобно определить ЭПР через коэффициент отражения:

$$\sigma = \frac{4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot K_{отр} \cdot \cancel{\Pi_{пад}}}{\cancel{\Pi_{пад}}} = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot K_{отр}$$

Подставив полученное выражение ЭПР через коэффициент отражения в основное уравнение радиолокации можно получить следующее:

$$P_{RX} = \frac{P_{TX} \cdot G_{TX} \cdot G_{RX} \cdot K_{отр} \cdot \lambda^2}{(4 \cdot \pi)^2 \cdot R^2}$$

Соответственно коэффициент отражения можно определить как:

$$K_{отр} = \frac{(4\cdot\pi)^2 \cdot R^2 \cdot P_{RX}}{P_{TX}\cdot G_{TX}\cdot G_{RX}\cdot\lambda^2}$$

В то же время известно, что коэффициент отражения от границ раздела двух сред может быть определён через показатели преломления [2]:

$$K_{отр} = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}$$

Показатель преломления определяется как отношение скорости света в свободном пространстве к фазовой скорости света в конкретной среде [4].

$$n = \frac{c}{v}$$

Фазовая скорость в конкретном диэлектрике определяется через диэлектрическую проницаемость, которая в свою очередь зависит от частоты приложенного переменного электромагнитного поля. Удобно рассматривать диэлектрическую проницаемость в комплексном виде [4]:

$$\hat{\varepsilon}(f) = \mathrm{Re}\left(\hat{\varepsilon}(f)\right) + j\cdot\mathrm{Im}\left(\hat{\varepsilon}(f)\right)$$

Тогда фазовая скорость распространения электромагнитной волны в диэлектрической среде:

$$v = \frac{c}{\mathrm{Re}\left(\sqrt{\hat{\varepsilon}(f)}\right)}$$

В таком случае коэффициент отражения можно вывести следующим образом:

$$K_{отр} = \frac{\mathrm{Re}\left(\sqrt{\hat{\varepsilon}_1(f)}\right) - 1}{\mathrm{Re}\left(\sqrt{\hat{\varepsilon}_1(f)}\right) + 1}$$

Отсюда вещественная часть корня из комплексной диэлектрической проницаемости может быть определена как:

$$\mathrm{Re}\left(\sqrt{\hat{\varepsilon}_1(f)}\right) = \frac{1 + K_{отр}}{1 - K_{отр}}$$

III. Обоснование оценики закона изменения диэлектрической проницаемости

Частотная зависимость комплексной диэлектрической проницаемости описывается формулами Дебая [5]:

$$\hat{\varepsilon}_1(f) = \varepsilon_{f\to\infty} + \frac{\varepsilon_{f\to 0} - \varepsilon_{f\to\infty}}{1 + j\cdot f\cdot\tau}$$

где: $\varepsilon_{f\to\infty}$ – диэлектрическая проницаемость оптической поляризации, то есть диэлектрические проницаемости при приложенном переменным электромагнитным поле много выше резонансной частоты равной $1/\tau$; $\varepsilon_{f\to 0}$ – статическая диэлектрические проницаемости, то есть диэлектрические проницаемости при приложенном постоянном электромагнитным поле; τ – (время релаксации) – период поляризации ионов в диэлектрике, то есть время, необходимое для полного изменения поляризации диэлектрика под действием электромагнитного поля.

Фактически для того, чтобы определить закон изменения диэлектрической проницаемости необходимо получить оценки оптической, статической диэлектрической проницаемости и времени релаксации диэлектрика.

Тогда корень из комплексной диэлектрической проницаемости:

$$\sqrt{\hat{\varepsilon}_1(f)} = \sqrt{\varepsilon_{f\to\infty} + \frac{\varepsilon_{f\to 0} - \varepsilon_{f\to\infty}}{1 + j\cdot f\cdot\tau}}$$

Вынесем мнимую единицу из-под знаменателя:

$$\sqrt{\hat{\varepsilon}_1(f)} = \sqrt{\varepsilon_{f\to\infty} + \frac{\left(\varepsilon_{f\to 0} - \varepsilon_{f\to\infty}\right)\cdot(1 - j\cdot f\cdot\tau)}{1 + (f\cdot\tau)^2}}$$

Выделим вещественную и мнимую части:

$$\sqrt{\hat{\varepsilon}_1(f)} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{f\to 0} + \varepsilon_{f\to\infty}\cdot(f\cdot\tau)^2}{1 + (f\cdot\tau)^2} - j\cdot\frac{f\cdot\tau\cdot\left(\varepsilon_{f\to 0} - \varepsilon_{f\to\infty}\right)}{1 + (f\cdot\tau)^2}}$$

Определим подстановки для уменьшения громоздкости вычислений:

$$\sqrt{\hat{\varepsilon}_1(f)} = \frac{1}{1 + (f\cdot\tau)^2}\cdot\sqrt{\alpha + j\cdot\beta}$$

где:

$$\alpha = \varepsilon_{f\to 0} + \varepsilon_{f\to\infty}\cdot(f\cdot\tau)^2$$

$$\beta = -f\cdot\tau\cdot\left(\varepsilon_{f\to 0} - \varepsilon_{f\to\infty}\right)$$

Далее возьмём корень комплексного числа:

$$\sqrt{\hat{\varepsilon}_1(f)} = \sqrt{\frac{1}{1 + (f\cdot\tau)^2}}\cdot\sqrt[4]{\alpha^2 + \beta^2}\cdot$$
$$\cdot\left[\cos\left(\frac{\mathrm{arctg}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)}{2}\right) + j\cdot\sin\left(\frac{\mathrm{arctg}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)}{2}\right)\right]$$

Соответственно вещественная часть корня из комплексной диэлектрической проницаемости определяется как:

$$\mathrm{Re}\left(\sqrt{\hat{\varepsilon}_1(f)}\right) = \sqrt{\frac{1}{1 + (f\cdot\tau)^2}}\cdot\sqrt[4]{\alpha^2 + \beta^2}\cdot\cos\left(\frac{\mathrm{arctg}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)}{2}\right)$$

При условии, что известны мощность излучения, мощность принятого сигнала, несущая частота зондирования и дальность, задача сводится к аппроксимирующей оценке вещественных корней данной системы уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{1+K_{omp}}{1-K_{omp}} = \sqrt{\dfrac{1}{1+\left(f\cdot\tau\right)^2}}\cdot\sqrt[4]{\alpha^2+\beta^2}\cdot\cos\left(\dfrac{\operatorname{arctg}\left(\dfrac{\beta}{\alpha}\right)}{2}\right) \\ \alpha = \underset{f\to 0}{\varepsilon} + \underset{f\to\infty}{\varepsilon}\cdot\left(f\cdot\tau\right)^2 \\ \beta = -f\cdot\tau\cdot\left(\underset{f\to 0}{\varepsilon} - \underset{f\to\infty}{\varepsilon}\right) \end{cases}$$

где $\underset{f\to 0}{\varepsilon}$, $\underset{f\to\infty}{\varepsilon}$, τ – неизвестные.

Так как уравнение содержит три неизвестных, необходимо как минимум три замера с разными несущими частотами зондирования.

IV. Первичная обработка сигнала

Первоначально необходимо получить набор пар оценок коэффициент отражения – несущая частота. В результате приёма и когерентного сжатия сигнала в РЛС получается оценка энергии принятого сигнала. Для получения средней мощности отраженного сигнала необходимо разделить полученную оценку энергии на время когерентного накопления.

$$P_{RX} = \frac{E_{RX}}{t}$$

Необходимо получить минимум три реализации с разными несущими частотами, как это показано на рис. 2.

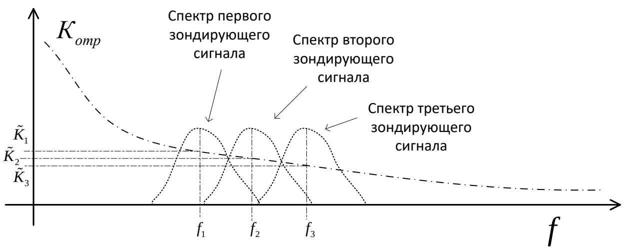

Рис. 2. Спектральная диаграмма оценок коэффициентов отражения

Зная априори дальность до границы раздела сред, излучаемую мощность и частоты несущих, можно через вычисленные принимаемые средние мощности получить оценки коэффициентов отражения:

$$\tilde{K}_i = \frac{\left(4\cdot\pi\right)^2\cdot R^2\cdot P_{RX}\cdot c^2}{P_{TX}\cdot G_{TX}\cdot G_{RX}\cdot f_i^2}$$

где i – номер замера (принятой реализации).

Для решения аппроксимирующей задачи удобно применить метод наименьших квадратов. Для этого введём параметр погрешности Δ. Тогда решением задачи будет нахождение таких параметров $\underset{f\to 0}{\varepsilon}$, $\underset{f\to\infty}{\varepsilon}$, τ, которые минимизируют погрешность Δ.

$$\Delta\left(\underset{f\to 0}{\varepsilon}, \underset{f\to\infty}{\varepsilon}, \tau\right) = \\ = \sum_i \left| \sqrt{\frac{1}{1+\left(f_i\cdot\tau\right)^2}}\cdot\sqrt[4]{\alpha_i^2+\beta_i^2}\cdot\cos\left(\frac{\operatorname{arctg}\left(\dfrac{\beta_i}{\alpha_i}\right)}{2}\right) - \frac{1+\underset{i}{K_{omp}}}{1-\underset{i}{K_{omp}}} \right|$$

Подобную задачу удобнее всего решать полным перебором, учитывая, что $\underset{f\to 0}{\varepsilon}$, $\underset{f\to\infty}{\varepsilon}$, τ так или иначе находятся в довольно ограниченном диапазоне.

Таким образом, точность оценки закона диэлектрической проницаемости упирается в точность оценки энергии принимаемого сигнала, которая зависит исключительно от отношения сигнал / шум [3].

V. Моделирование

Моделирование метода оценки производится по априорным данным:

$$\underset{f\to 0}{\varepsilon} = 250 \quad \underset{f\to\infty}{\varepsilon} = 4 \quad \tau = 10^{-9}$$

Была построена априорная функция диэлектрической проницаемости, как это показано на рис. 3.

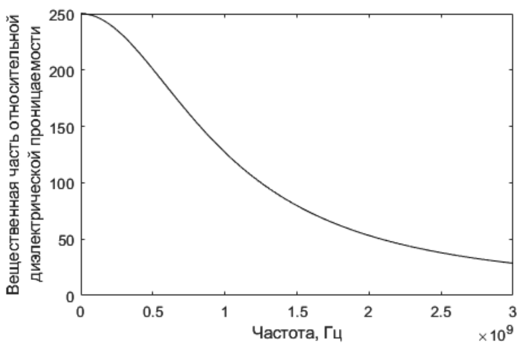

Рис. 3. Априорная зависимость относительной диэлектрической проницаемости от частоты

По априорной функции диэлектрической проницаемости была вычислена частотная зависимость коэффициент отражения и произведена его оценка, как это показано на рис. 4.

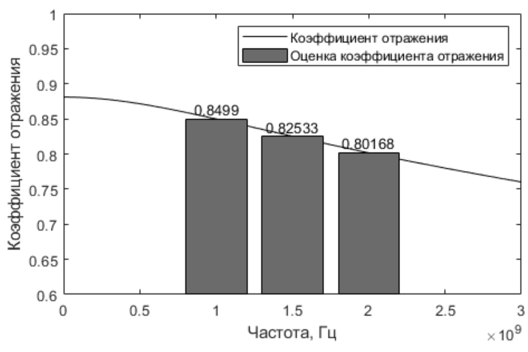

Рис. 4. Вычисленный по априорным данным коэффициент отражения и его оценка в трёх точках (f = 1 ГГц, f = 1,5 ГГц, f = 2 ГГц)

Так как на точность оценки коэффициента отражения влияет отношение сигнал/шум, следует корректно описать формулу получения оценки коэффициента отражения:

$$\tilde{K}_i = \frac{\left(4\cdot\pi\right)^2 \cdot R^2 \cdot c^2}{P_{TX}\cdot G_{TX}\cdot G_{RX}\cdot f_i^2}\cdot\left(P_{\underset{сигнала}{RX}} + \tilde{P}_n\right)$$

где: $P_{\underset{сигнала}{RX}}$ – мощность отраженного сигнала в антенне приёмника; $\tilde{P}_n$ – мгновенная мощность шума после сжатия.

Для простоты модели будем производить расчёты, учитывая отношение сигнал/шум после сжатия. Тогда можно получить зависимости выборочных дисперсий оценок $\widehat{D}_{\underset{f\to 0}{\varepsilon}}(SNR)$, $\widehat{D}_{\underset{f\to \infty}{\varepsilon}}(SNR)$, $\widehat{D}_{\tau}(SNR)$ от отношения сигнал/шум, изображенные на рис. 5–7.

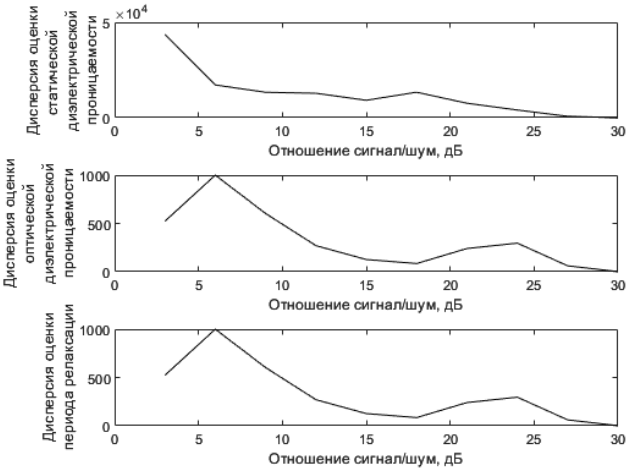

Рис. 5. Зависимости выборочных дисперсий оценок параметров частотной зависимости диэлектрической проницаемости

VI. Заключение

Работа демонстрирует метод оценки частотной зависимости диэлектрической проницаемости по отраженному сигналу. Дисперсия оценок нелинейно зависит от отношения сигнал/шум, однако с увеличением отношения сигнал/шум наблюдается тенденция к снижению дисперсий. Теоретически это обосновывается тем, что оценка производится по мощности принятого сигнала, а дисперсия оценки мощности зависит от отношения сигнал/шум. Метод может быть полезен для кластеризации и распознавания материалов целей и подстилающей поверхности.

Список литературы

[1] Веремьев В.И., Воробьев Е.Н., Коновалов А.А., Кутузов В.М., Маругин А.С., Михайлов В.Н., Орлов В.К. Радиоэлектронные системы и комплексы: Учеб. пособие: в 2-ух ч., ч. 1: СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 2022, 167 с.

[2] Владов М.Л., Старовойтов А.В. Введение в георадиолокацию: Учебное пособие. М.: Издательство МГУ, 2004. 153 с.

[3] Андреева О.М., Ипатов В.П., Маругин А.С., Пыко С.А., Ульяницкий Ю.Д. Измерение параметров сигналов радиотехнических и телекоммуникационных систем: электрон: учеб. пособие, 2-е изд. перераб. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ "ЛЭТИ", 2014. 94 с.

[4] Подповерхностная радиолокация / М.И. Финкельштейн, В.И. Карпухин, В.А. Кутев, В.Н. Метелкин; Под ред. М.И. Финкельштейна. М.: Радио и связь, 1994. 216 с.

[5] Томилин В.И. Физическое материаловедение: в 2 ч. Ч. 1. Пассивные диэлектрики: учеб. пособие / В.И. Томилин, Н.П. Томилина, В.А. Бахтина. Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2012. 280 с.