

# Анализ эффективности применения непараметрических методов сверхразрешения в радиолокационных станциях обнаружения воздушных объектов

А. П. Алёшкин, В. В. Владимиров, Д. Ю. Куприянов

Военно-космическая академия имени А.Ф.Можайского

vka@mil.ru

**Аннотация.** Статья представляет собой исследование результативности известных методов сверхразрешения с целью определения наиболее эффективного в задаче раздельного сопровождения воздушных объектов в группе. Приведен математический аппарат формирования диаграммы обратного рассеяния методом Фурье и функции разрешения методом Кейпона. На основе результатов моделирования выполнено сравнение эффективности разрешения с использованием исследуемых методов при обработке отраженных сигналов в линейной эквидистантной антенной решетке.

**Ключевые слова:** антенная решетка; обработка сигналов; разрешение объектов; метод Фурье; диаграмма обратного рассеяния; метод Кейпона; корреляционная матрица; функция разрешения

## I. ВВЕДЕНИЕ

Радиолокация занимает центральное место среди технологий мониторинга воздушного пространства. Станции, оснащенные современными системами обработки сигналов, способны эффективно обнаруживать и сопровождать различные типы воздушных объектов, включая высокоскоростные. Однако для достижения высокой точности определения угловых параметров таких объектов требуется преодоление ограничений традиционных методов разрешения.

Как правило, в большинстве систем, разрешающая способность определяется шириной луча диаграммы направленности приемной антенной решетки [1], соответственно, очевидным способом повышения разрешающей способности является увеличение размеров апертуры. Данный способ имеет место в высокочастотных системах, так как увеличение антенной решетки скажется только на ее стоимости. Если же говорить о системах, функционирующих в декаметровом диапазоне, помимо стоимости, возникают проблемы производства (конструктивные) антенн. Сложно сделать антеннную решетку размером в несколько километров, не нарушив когерентность приема. Также накладываются особенности, связанные с влиянием атмосферных условий, внутренними шумами и искажением сигналов.

Исходя из противоречий между требованиями, предъявляемыми условиями эксплуатации (требованиями к характеристикам станции) и

существующими способами (качеством) извлечения полезной радиолокационной информации следует, что необходимо разрабатывать методы адаптивной пространственной обработки сигналов, позволяющие повысить угловую разрешающую способность, не прибегая к изменению конструкции антенной системы. Также, разрабатываемые методы не должны существенно увеличивать вычислительные затраты на пространственную обработку сигналов.

Современные подходы к оценке углового положения наблюдаемых объектов предполагают использование методов спектрального оценивания (ковариационный, Берга, Юла–Уолкера) [2] или методов сверхэрлеевского разрешения (ESPRIT, Music, Root-Music) [3]. Большинство из перечисленных методов требуют высокой вычислительной нагрузки и являются параметрическими, что влечет за собой дополнительные временные затраты на определение параметров фоноцелевой сцены в интересующей области наблюдения.

В настоящей статье рассматриваются непараметрические методы разрешения сосредоточенных источников сигнала разной мощности, угловое расстояние между которыми меньше элемента разрешения используемой антенной решетки. Часть из этих источников является неразрешимыми по критерию Релея.

Непараметрические методы основаны на непосредственном анализе входной реализации в антенной решетке и не требуют подбора математической сигнальной модели.

Предположим, что используемые традиционные методы обработки сигналов обладают недостаточной разрешающей способностью. Одним из рациональных способов решения данной проблемы является переход от традиционных методов разрешения к методам, реализующим более сложную сигнальную обработку и ориентированным на формирование статистической оценки углового положения цели, которое может быть выполнено гораздо точнее, чем ширина луча диаграммы направленности приемной антенной решетки [1].

## II. ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА ФУРЬЕ (ФОРМИРОВАНИЕ КЛАССИЧЕСКОЙ ДИАГРАММЫ ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ)

Непараметрический метод формирования диаграммы обратного рассеяния, который также известен как метод

Фурье, заключается в обработке амплитудно-фазового распределения электромагнитной волны, падающей на раскрыв апертуры антенной решетки. Направления, в которых принимаемая мощность имеет ярко выраженные максимумы спектров, выбирается в качестве истинной оценки угловых положений источников. Для линейных эквидистантных антенных решеток данный метод может быть реализован с помощью одномерного дискретного преобразования Фурье, чем и объясняется его название.

Данный метод имеет ряд достоинств, связанных с возможностью реализации при использовании одного приёмного устройства, а также обеспечением максимально правдоподобной оценки угловых координат в случае расположения наблюдаемых объектов на расстояниях, больше, чем размер элемента разрешения антенной решетки. Также, помимо достоинств, имеются и недостатки. В качестве недостатков данного метода можно отметить особенность обработки, при которой предполагается, что за пределами антенной решетки нули, а также имеется влияние боковых лепестков на эффективность разрешения при формировании диаграммы обратного рассеяния.

При пространственной обработке методом Фурье выходной сигнал антенной решетки имеет вид:

$$y(\varphi) = \mathbf{W}^H(\varphi) \mathbf{X}, \quad (2.1)$$

где  $\mathbf{W}(\varphi)$  – весовой вектор, обеспечивающий формирование главного луча диаграммы направленности в направлении  $\varphi$  по азимуту;  $\mathbf{X}$  – вектор принятого сигнала антенной решеткой.

Выходная мощность рассчитывается через корреляционную матрицу (КМ) принятых сигналов элементами антенной решетки:

$$y(\varphi) = \sqrt{\mathbf{W}^H(\varphi) \mathbf{M} \mathbf{W}(\varphi)}, \quad (2.2)$$

где  $\mathbf{M}$  – корреляционная матрица принятых сигналов на входе антенной решетки, состоящей из  $N$  элементов.

Данное выражение (2.2) дает возможность оценить по мощности угловые спектры наблюдаемых источников.

В случае картины с близкорасположенными объектами в группе, состоящими из  $K$  источников, выражение для модели сигнала имеет вид:

$$\mathbf{X} = a_1 \mathbf{S}(\varphi_1) + \dots + a_k \mathbf{S}(\varphi_k) + \mathbf{Z}, \quad (2.3)$$

где  $\mathbf{S}(\varphi_k)$  – вектор принятых сигналов от  $k$ -го источника;  $\mathbf{Z}$  – вектор собственных шумов антенной решетки.

Корреляционная матрица собственного шума и сигнала рассчитывается с использованием выражения:

$$\mathbf{M} = \mathbf{I} + v_1 \mathbf{S}_1 \mathbf{S}_1^H + \dots + v_k \mathbf{S}_k \mathbf{S}_k^H. \quad (2.4)$$

где  $\mathbf{I}$  – единичная матрица;  $v_k$  – отношение сигнал/шум для  $k$ -го источника в элементе антенной решетки.

Выражение для расчета мощности на выходе антенной решетки, в случае приема сигналов от  $k$  источников, представлено в виде:

$$y(\varphi) = \sqrt{v_1 N |g(\varphi - \varphi_1)|^2 + \dots + v_k N |g(\varphi - \varphi_k)|^2 + 1}, \quad (2.5)$$

где функция  $|g(\varphi - \varphi_k)|^2$  – нормированная мощностная диаграмма обратного рассеяния с максимумом в направлении  $\varphi_k$  источника.

Оценка положений  $\hat{\varphi}$  определяется значением аргумента, при котором выходная мощность будет максимальной

$$\hat{\varphi} = \max_{\varphi} \mathbf{W}^H(\varphi) \tilde{\mathbf{M}} \mathbf{W}(\varphi) \quad (2.6)$$

Средние значения оценок угловых положений и мощности совпадают с истинными значениями, т.е. являются несмещеными [4].

В связи с особенностями распространения сигнала, а также состоянием приемной аппаратуры, точная КМ  $\mathbf{M}$  сигналов в элементах антенной решетки будет неизвестной и вместо нее, как правило, используют максимально правдоподобную оценку  $\tilde{\mathbf{M}}$ , полученную по выборкам входного сигнала антенной решетки.

На рис. 1 представлены результаты моделирования процесса формирования диаграммы обратного рассеяния группы воздушных объектов в количестве 7 шт.

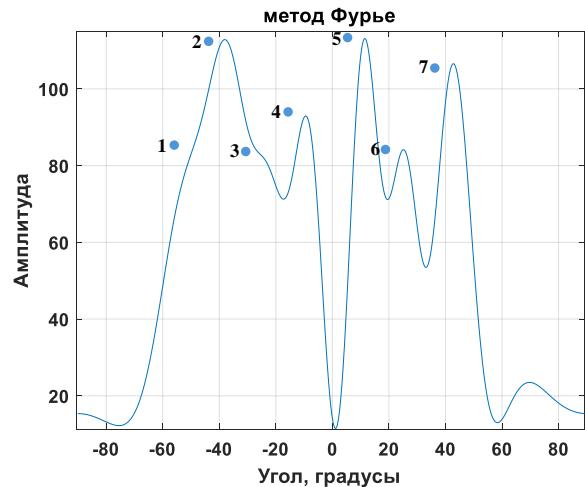


Рис. 1. Диаграмма обратного рассеяния, сформированная методом Фурье

Из представленных результатов видно, что часть наблюдаемых объектов не разрешается (разрешается 5 из 7). Также видно, что не разрешаемые объекты вносят искажения в расположения соседних максимумов (при разрешении они должны быть значительно «острее»). Получается, что результата обработки нельзя адекватно оценить количество и истинные направления на объекты по максимальной выходной мощности, так как из-за интерференции электромагнитных волн, они смешены.

### III. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КЕЙПОНА (ФОРМИРОВАНИЕ ФУНКЦИИ РАЗРЕШЕНИЯ)

Известно, что использование метода Фурье при определении углов прихода сигнала от источников, расположение в пространстве которых меньше элемента разрешения по азимуту антенной решетки, не эффективно [1]. Это подтверждено и результатами моделирования (рис. 1). Необходимо применение методов, позволяющих разрешить объекты, которые являются неразрешимыми по критерию Релея.

Предлагается оценить результативность метода, который был предложен в 1969 году для разрешения спектральных компонент дискретного спектра и проверить его эффективность при использовании в линейных антенных решетках в качестве дополнительной обработки. Используя аналогию, применим предложенный метод для оценивания углов падения сигналов на антеннную решетку.

Данный метод обеспечивает минимум принимаемой мощности при фиксированном коэффициенте передачи для заданного направления, что эквивалентно увеличению отношения сигнал/шум. Физический смысл процедуры заключается в том, что формируемый весовой вектор антенной решетки обеспечивает подавление сигналов от всех источников, кроме тех, которые имеют угловые положения, соответствующие наблюдаемым объектам [2].

Таким образом, необходимо найти весовой вектор  $\mathbf{W}$ , который минимизирует среднюю мощность на выходе антенной решетки при условии, что для некоторого азимутального угла  $\varphi$  коэффициент передачи фиксирован.

Модель сигналов, принимаемых антенной решеткой, по аналогии с (2.3), может быть представлена следующим образом:

$$\mathbf{X} = \sum_{k=1}^K a_k \mathbf{S}(\varphi_k) + \mathbf{Z} \quad (3.1)$$

где  $K$  – число источников излучения (число целей);  $a_k$ ,  $\varphi_k$  – комплексная амплитуда и угол прихода электромагнитной волны от источника  $k$ ;  $\mathbf{S}(\varphi_k)$  – вектор сигналов, принимаемых антенной решеткой от источника  $k$ ;  $\mathbf{Z}$  – вектор собственного шума элементов антенной решетки.

Сигналы в элементах решетки для каждого источника излучения предполагаются коррелированными (коэффициент корреляции равен единице). Это означает, что вектор сигнала  $S(\varphi_k)$  каждого источника является детерминированным и описывает одновременно изрезанность волнового фронта и конструкцию антенной решетки. Шумы в элементах антенны предполагаются некоррелированными и равной мощности.

Математическую постановку задачу расчета весового коэффициента представим следующим образом:

$$\min_W \langle |\mathbf{W}^H \mathbf{X}|^2 \rangle \text{ при условии } \mathbf{W}^H \mathbf{S}(\varphi) = 1 \quad (3.2)$$

Для решения данной задачи составляется функционал Лагранжа [2]:

$$\Phi(\mathbf{W}) = \langle |\mathbf{W}^H \mathbf{X}|^2 \rangle - c (\mathbf{W}^H \mathbf{S}(\varphi) - 1) \quad (3.3)$$

где  $c$  – неопределенный множитель.

Затем, первое слагаемое в выражении (3.3) представляем как:

$$\mathbf{W}^H \mathbf{X} = \sqrt{\mathbf{W}^H \mathbf{M} \mathbf{W}} \quad (3.4)$$

где  $\mathbf{M} = \langle \mathbf{X} \mathbf{X}^H \rangle$  – корреляционная матрица отраженных сигналов на входе антенной решетки.

Далее, для принятой модели сигналов, необходимо рассчитать корреляционную матрицу, используя выражение:

$$\mathbf{M} = \sum_{k=1}^J \sigma_k^2 \mathbf{S}(\varphi_k) \mathbf{S}^H(\varphi_k) + \sigma^2 \mathbf{E}, \quad (3.5)$$

где  $\sigma^2$  – средняя мощность шума в отдельно взятом элементе решетки.

После ряда математических преобразований, получаем:

$$\Phi(\mathbf{W}) = \mathbf{W}^H \mathbf{M} \mathbf{W} - c (\mathbf{W}^H \mathbf{S}(\varphi) - 1) \quad (3.6)$$

Приравнивая градиент этого функционала к нулю, получим следующее равенство:

$$\mathbf{M} \mathbf{W} = c \mathbf{S}(\varphi) \quad (3.7)$$

Отсюда рассчитывается весовой вектор:

$$\mathbf{W} = c \mathbf{M}^{-1} \mathbf{S}(\varphi), \quad (3.8)$$

где  $\mathbf{M}^{-1}$  – обратная корреляционная матрица входных сигналов.

Весовой вектор, полученный с помощью выражения (3.8), следует подставить в требуемое ограничение. После этого, неопределенный множитель  $c$  можно найти, используя выражение:

$$c = [\mathbf{S}^H(\varphi) \mathbf{M}^{-1} \mathbf{S}(\varphi)]^{-1} \quad (3.9)$$

В результате ряда вычислений, весовой вектор, минимизирующий входную среднюю мощность по критерию Кейпона, получается в виде выражения:

$$\mathbf{W} = \frac{1}{\mathbf{S}^H(\varphi) \mathbf{M}^{-1} \mathbf{S}(\varphi)} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{S}(\varphi) \quad (3.10)$$

Когда весовые коэффициенты решетки установлены в соответствии с данным выражением, средняя выходная мощность находится подстановкой выше написанного условия в функционал Лагранжа [2]. Эта величина является разрешающей функцией, которую обозначим  $h_1(\varphi)$ . Для метода Кейпона разрешающая функция будет иметь вид:

$$h_1(\varphi) = \frac{1}{\mathbf{S}^H(\varphi) \mathbf{M}^{-1} \mathbf{S}(\varphi)} \quad (3.11)$$

Средняя выходная мощность может быть измерена. Поэтому введенный параметр представляет интерес с точки зрения углового разрешения источников.

Рассмотрим схожую фонокелевую сцену наблюдения сосредоточенной группы воздушных объектов, используемую при моделировании формирования диаграммы обратного рассеяния методом Фурье (7 объектов). Полученные результаты моделирования представлены на рис. 2.

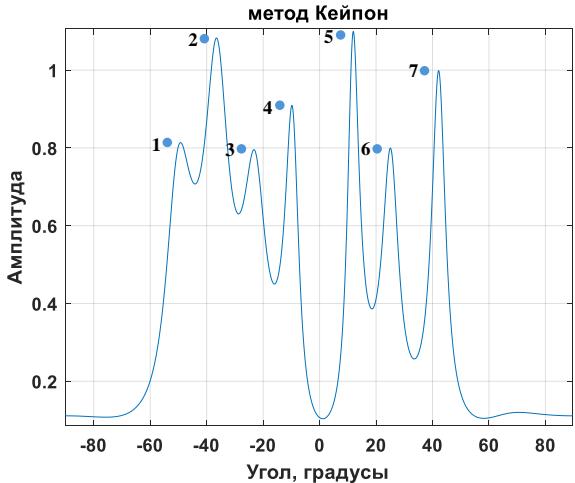


Рис. 2. Функция разрешения, сформированная методом Кейпона

Из представленных результатов моделирования видно, что все объекты разрешаются. Формируемые спектры, соответствующие направлениям на цели, имеют явные очертания максимумов с четкими провалами. После применения метода Кейпона можно достоверно определить истинные направления на источники излучения.

#### IV. АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА СВЕРХРАЗРЕШЕНИЯ

С целью корректного анализа эффективности применения предложенного непараметрического метода сверхразрешения, для полученных результатов моделирования необходимо сделать нормирование. Результаты моделирования после нормирования представлены на рис. 3.

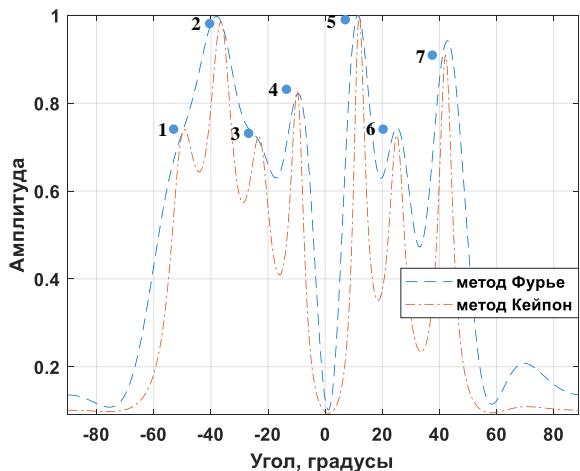


Рис. 3. Нормированные результаты моделирования исследованных методов разрешения

Из результатов моделирования видно, что наиболее корректно направления источников излучения определяются после применения метода Кейпона. Функция разрешения имеет более узкие спектры мощности в направлении сопровождаемых объектов, характеризующие разрешающую способность РЛС. Максимумы расположены четко на направлениях, соответствующих исходным данным, использованных в качестве исходных при моделировании данной сцены.

При формировании диаграммы обратного рассеяния методом Фурье оказалось, что отклики источников 1 и 3 сливаются с откликом источника 2, то есть истинные пеленги на цель искажаются. Это связано с взаимной интерференцией электромагнитных волн, рассеянных источниками. Кроме сказанного, источники 1 и 3 создают меньшую мощность на входе антенной решетки, поэтому они не стали основными. Если бы они имели большую, чем источник 2 мощность, то они были бы разрешены, чего нельзя сказать про источник 2. Он будет вносить искажения в диаграмму обратного рассеяния для обоих источников.

Таким образом, разрешающая способность метода Кейпона превосходит предел Релея и зависит от мощности источников сигнала и размеров антенной решетки. К недостаткам данного метода стоит отнести тот факт, что при сколь угодно длинной временной выборке входного процесса (объеме накапливаемой статистики) разрешающая способность метода ограничена. Иными словами, метод не позволяет разделять сколь угодно близкие источники при точно известной корреляционной матрице сигнала. Оценка двумерных угловых координат источников излучения с помощью метода Кейпона возможна, но требует существенных затрат, связанных с вычислением и поиском пиков разрешающей функции.

#### V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе полученных результатов исследования различных методов разрешения воздушных объектов в антенных решетках, можно сделать вывод о том, что использование современных методов сверхразрешения позволяет решить задачу более высокоточного определения угловых координат. Особого внимания заслуживает метод Кейпона, при использовании которого становится возможным разрешать воздушные объекты, не разрешимые по критерию Релея с наименьшими вычислительными затратами. Дальнейшие исследования необходимо развивать в направлении синтеза виртуальной апертурной характеристики антенной решетки на основе аддитивной пространственно-временной обработки данных измерений.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Высокочастотный загоризонтный радар. Основополагающие принципы, обработка сигналов / Фабрицио Джузеппе Аурелиано. Техносфера, 2023 г. 936 с.
- [2] Методы оценивания параметров источников сигналов и помех, принимаемых антенной решеткой / В.Т. Ермолов, А.Г. Флаксман. Нижегородский государственный университет имени Н.И. Лобачевского, 2007 г. 100 с.
- [3] Вязников С.М. Анализ и оценка эффективности перспективных способов сверхразрешения воздушных объектов в радиолокаторах. Военный инженер, 2019 г. 12 с.
- [4] Основы проектирования многопозиционных декаметровых РЛС пространственной волны / В. М. Кутузов, А. В. Бархатов, А. В. Безуглов, В. И. Веремьев, А. А. Коновалов, Д. А. Ковалев. Санкт-Петербург: изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2012 г. 179 с.