

Оценка неопределённости результатов измерений на основных этапах работ по воспроизведению единицы электрической емкости на основе квантового сопротивления Холла

Ю. П. Семенов

Всероссийский НИИ метрологии им. Д.И. Менделеева

Y.P.Semenov@vniim.ru

Аннотация. В 2025 году во Всероссийском научно-исследовательском институте метрологии им. Д. И. Менделеева (ВНИИМ) завершены работы по созданию комплекса аппаратуры для воспроизведения единицы электрической ёмкости на основе единиц электрического сопротивления и частоты. Новый комплекс предназначен для замены состава Государственного первичного эталона ГЭТ 25. Анализ источников неопределенности результатов измерений на основных этапах работ показывает, что относительная суммарная стандартная неопределенность воспроизведения единицы ($1-\sigma$) не превышает 8×10^{-8} .

Ключевые слова: единица электрической ёмкости, воспроизведение, государственный первичный эталон

I. ВВЕДЕНИЕ

В 2025 году во ФГУП «ВНИИМ им. Д.И. Менделеева» завершена разработка комплекса аппаратуры для воспроизведения единицы электрической емкости на основе единиц электрического сопротивления и частоты. Новый комплекс предназначен для замены состава, действующего Государственного первичного эталона ГЭТ 25–79, теоретической основой которого являлась теорема электростатики Томпсона-Лэмпарда о перекрестных системах электродов [1].

В соответствии с этой теоремой был создан перекрестный расчетный конденсатор (ПРК), емкость которого прямо пропорциональна только одному линейному размеру – длине электродов – и, при соблюдении определенных условий при конструировании конденсатора, практически не зависит от других размеров и от формы электродов. Применение ПРК позволяет установить экспериментально непосредственную связь между единицами электрической емкости и длины. Наиболее совершенные ПРК последнего поколения, созданные в Международном Бюро Мер и Весов (МБМВ) и в ряде национальных метрологических институтах (НМИ) обеспечивают воспроизведение единицы электрической емкости (Фарад) с относительной неопределенностью порядка $5 \cdot 10^{-8}$ при номинальном значении 0,5 пФ [2].

Существует альтернативный способ воспроизведения Фарада примерно с той же точностью, но при значении емкости 1–10 нФ, основанный на сопоставлении импеданса меры емкости Z_C и меры сопротивления Z_R при фиксированной частоте « ν ». Фазовый сдвиг ($\pi/2$)

между Z_C и Z_R препятствует их точному измерению в цепи одинарного моста, поэтому применяется «двойной квадратурный мост», впервые предложенный Томпсоном [3]. В его электрической цепи посредством удвоения числа сличаемых мер может быть реализовано соотношение $(2\pi f)^2 R_1 \cdot R_2 \cdot C_1 \cdot C_2 = 1 + \delta_\phi$, где $\delta_\phi \ll 1$ – поправочный член, который может быть определен экспериментально.

Это соотношение позволяет выразить значение $(C_1 \cdot C_2)$ через значения двух величин – электрического сопротивления и частоты (времени), воспроизведение каждой из которых осуществляется посредством реализации квантового эффекта.

Единица электрического сопротивления воспроизводится посредством реализации квантового эффекта Холла (КЭХ). В 2019 году в обновленной SI зафиксировано *точное* значение константы фон Клитцинга R_K , характеризующей КЭХ, выраженное через значения двух фундаментальных физических констант (ФФК) – заряда электрона e и постоянной Планка h : $R_K = h/e^2$. В определении единицы времени также зафиксировано значение ФФК, характеризующей сверхтонкий переход основного состояния атома цезия-133.

Комплекс аппаратуры для нового эталона единицы электрической емкости ГЭТ 25 реализует определение Фарада посредством использования значений трех указанных ФФК. – e , h и ν .

II. ЦЕПЬ ИЗМЕРЕНИЙ, СВЯЗЫВАЮЩИХ ЭТАЛОНЫ ЕДИНИЦ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ И ЁМКОСТИ

Практическая реализация единицы электрической емкости на основе квантовых эффектов включает в себя ряд взаимосвязанных экспериментальных исследований, объединяемых наименованием «Цепь измерений, связывающих КСХ и единицу ёмкости (фарада)». Принципиальная схема этой цепи измерений остается неизменной при воспроизведении фарада в различных НМИ мира [4–6], но практическая реализация (номинальные значения параметров, частоты, способы уравнивания измерительных цепей, фиксации состояния равновесия и др.) индивидуальна в каждом случае и в значительной степени определяет точность воспроизведения. Цепь измерений КСХ – Фарад во ВНИИМ состоит из следующих основных этапов:

1. Воспроизведение единицы сопротивления посредством реализации КСХ (12,9 кОм) на постоянном токе, и передача эталонам 1, 10 и 12,9 кОм посредством комплекса аппаратуры из состава ГЭТ 14;
2. Исследования по созданию и аттестации на постоянном токе дополнительной группы эталонов 1, 10 и 12,9 кОм для независимого хранения единицы;
3. Перемещение эталонов 1, 10 и 12,9 кОм в помещение, в котором размещен комплекс аппаратуры ГЭТ 25, и их взаимные сличения посредством моста на основе компаратора токов (МКТ-2) с целью подтверждения неизменности их значений и отношения плеч МКТ-2;
4. Разработка и исследование эталонов сопротивления 100 кОм постоянного / переменного тока (DC-AC) R1 и R2 квадратурного моста;
5. Передача единицы эталонам R1 и R2 (100 кОм) на постоянном токе посредством МКТ-2;
6. Сличения эталонов R1 и R2 с резисторами, имеющими расчетные частотные характеристики (РРЧХ), на постоянном токе посредством МКТ-2 и при частотах до 1 МГц посредством прецизионного цифрового RLC-метра и расчет значений сопротивления R1 и R2 при частоте 1592 Гц с применением метода «частотной экстраполяции (МЧЭ);
7. Разработка и исследование эталонов емкости C1 и C2 квадратурного моста 1000 пФ;
8. Компарирование значений импеданса двух эталонов сопротивления 100 кОм (R1 и R2) и двух эталонов емкости 1000 пФ (C1 и C2) в цепи квадратурного моста (КвМ) при частоте f_0 (~1592 Гц), создаваемой и контролируемой посредством квантового стандарта частоты (КСЧ) на основе Rb87, результат – значение произведения $(C1 \times C2)$ при частоте f_0 (~1592 Гц);
9. Измерение $\Delta C = C2 - C1$ в цепи трансформаторного моста-компаратора (ТМК) при отношении напряжений 1:1 и расчет значений C1 и C2;
10. Передача единицы электрической емкости от эталона C1 (или C2) эталонам 100 пФ при частоте f_0 в цепи ТМК (при отношении напряжения 10:1);
11. Передача единицы электрической емкости от эталона 100 пФ частото-независимому эталону ёмкости (КМВ) 10 пФ при частоте f_0 в цепи ТМК (при отношении 10:1) [8];
12. Передача единицы электрической емкости от эталона КМВ 10 пФ конденсаторам группового эталона 10 пФ при частоте 1000 Гц в цепи ТМК (при отношении 10:1).

Схематически последовательность этапов исследований в упрощенном виде представлена на рис. 1.

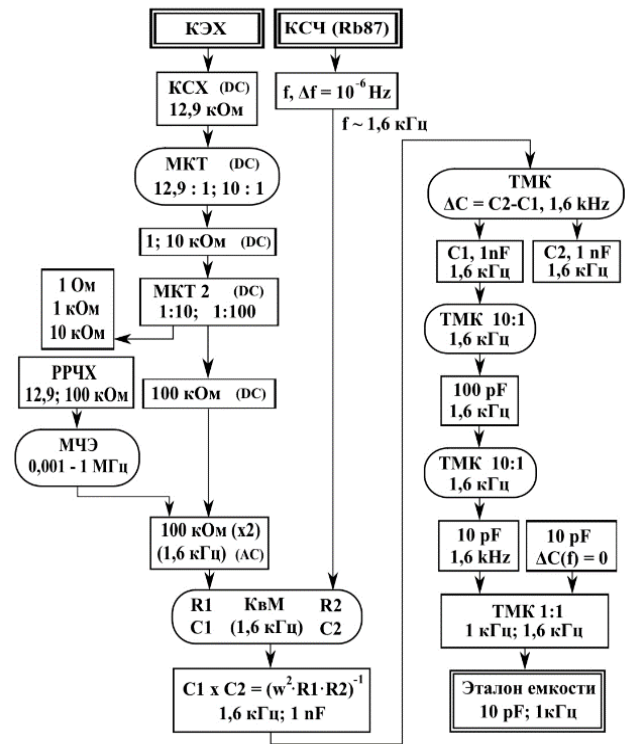


Рис. 1. Цепь измерений, связывающих эталоны единиц электрического сопротивления и ёмкости

III. ХАРАКТЕРНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ВЫПОЛНЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ НА ОТДЕЛЬНЫХ ЭТАПАХ ЦЕПИ ИЗМЕРЕНИЙ ВО ВНИИМ

Работы этапа «1» выполняются на постоянном токе на аппаратуре из состава ГЭТ 14, которая включает в себя криомагнитную систему, обеспечивающую условия (магнитное поле 7,8 Т, температура 1,3 К) работы холловского преобразователя (микросхемы) постоянного тока, моста для измерения сопротивления на основе компаратора токов (МКТ-1), мер сопротивления, а также средств поддержания и контроля их температуры. Квантовое сопротивление Холла (КСХ) 12,9 кОм измеряется на втором плато ($i=2$) при токе 77 мкА.

Процесс воспроизведения ома требует использования большого количества жидкого гелия и осуществляется один раз в год. Хранение единицы электрического сопротивления осуществляется непрерывно посредством ряда групповых эталонов в широком диапазоне номинальных значений.

Остальные этапы работ по воспроизведению фарада выполняются в другом здании, но, поскольку они требуют постоянного обращения к значению КСХ на предельно высоком уровне точности, то в состав ГЭТ 25 введены дополнительные средства измерения (СИ) сопротивления на постоянном токе, в том числе эталоны сопротивления (1-0-12,9) кОм и цифровой мост 6040Q на основе компаратора токов (МКТ-2) с разрешающей способностью 10^{-10} . Мост МКТ-2 отличается повышенной точностью при передаче единицы эталонам 100 кОм.

Все измерения эталонов сопротивления и емкости на переменном токе выполняются при двухпарной (2ТР) схеме включения. Это означает, что значение каждого эталона определено в плоскости разъемов на концах коаксиальных кабелей, посредством которых эталон включается в измерительную цепь, то есть эти кабели являются неотъемлемой частью эталона, а их импеданс является частью импеданса эталона. Такое определение эталонов значительно упрощает электрические схемы измерительных цепей и сокращает число регулируемых параметров, необходимых для достижения их равновесия, но требует особые предосторожности для поддержания постоянства параметров кабелей. Наиболее критичными являются вариация контактного сопротивления разъемов кабелей эталонов сопротивления и изменение индуктивности при перегибе кабелей эталонов емкости. Влияние этих факторов снижено применением разъемов типа BPO (MUSA), вариация сопротивления которых не превышает 0,2 мОм, и кабелей RG 400 с двойным экраном и изоляцией из фторопласта (Ф-4). Остаточный эффект (менее $0,3 \cdot 10^{-8}$) учтен при оценке неопределенности.

Стабильные и одинаковые для всех эталонов (R_1, R_2, C_1, C_2) температурные условия ($20 \pm 0,005$) °С поддерживаются их размещением в едином объеме воздушного термостата (Kambič TK-190US), установленного в помещении, температура которого регулируется в пределах ($20 \pm 0,5$) °С. Такое решение полностью исключает неопределенность из-за изменения температуры по длине коаксиальных кабелей эталонов. Эталоны R1 и R2, предназначены для работы в режимах постоянного и переменного тока (DC/AC), разработаны во ВНИИМ на основе герметизированных резистивных элементов VNA516 (Vishay), прошедших длительный (более 20 лет) период старения. Исследования показали, что относительное отклонение действительных значений их сопротивления от номинального не превышает $18 \cdot 10^{-6}$, постоянная времени $\tau < 5 \cdot 10^{-9}$ с, т. е. значение фазового угла ($\varphi = \omega \cdot \tau$) не превышает $5 \cdot 10^{-5}$ радиан при частоте 1592 Гц. Экспериментальные исследования, выполненные методом «частотной экстраполяции» [7] с применением уникального РРЧХ 100 кОм при частотах до 1 МГц, показали, что значения сопротивления эталонов R1 и R2 изменяются менее, чем на 0,0005 Ом при перемене режима измерений от постоянного тока на переменный частотой 1592 Гц [8]. В эталонах C1 и C2 квадратурного моста использованы герметизированные емкостные элементы конденсаторов серийного производства GR1404-A, значение температурного коэффициента (ТКЕ) которых не превышает $3 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$. После проведения нескольких циклов подгонки относительное отклонение действительного значения емкости эталонов C1 и C2 от номинального не превышает $2 \cdot 10^{-6}$.

В разработанных мостовых измерительных цепях – КвМ и ТМК – использованы преимущества применения прямого цифрового синтеза (DDS) при создании, обработке и детектировании измерительных сигналов,

что позволило использовать регулирование частоты для уравнивания КвМ и упростить уравнивание квадратурной составляющей в ТМК. Уравнивание частото-зависимого КвМ достигается изменением частоты функционального генератора SRS DS345 с дискретностью 1 мГц. Выходной сигнал, регулируемый в пределах от 10 мВ до 10 В (p-p), может быть синхронизирован с внешним опорным источником частотой 10 МГц и иметь плавающий потенциал до ± 40 В относительно «земли». При номинальном значении частоты равновесия КвМ 1591,5494309 Гц реальное отклонение от нее, необходимое для достижения равновесия, не превышает 24 мГц. Частота регулируемого сигнала измеряется частотомером SR625 с разрешением 12 разрядов. Опорный сигнал («time-base») 10 МГц создается рубидиевым стандартом частоты PRS10 в составе частотомера. Для уравнивания вторичных параметров квадратурного моста применяется конденсатор переменной емкости, действительное значение емкости которого измеряется в процессе уравнивания автоматическим цифровым мостом АН 2700. Выходной сигнал КвМ обрабатывается цифровым синхронным усилителем SR830, отличающимся малым входным шумом (менее $6 \text{ нВ}/(\text{Гц})^{1/2}$ и эффективным (-90 дБ) подавлением интермодуляционных помех. Связь опорных каналов всех приборов сигналами TTL-уровня позволяет синхронно изменять частоту их настройки. Аналогичные системы создания/детектирования измерительного сигнала используются в цепи ТМК, но с применением генератора SRS DS360, отличающегося низким уровнем общих гармонических искажений (THD $< 0,001\%$), возможностью установления значения выходного сигнала в диапазоне до 40 В (p-p).

Процесс уравнивания КвМ является итерационным, как и у всех мостовых цепей, и требует многократного повторения всей последовательности регулировок, но два вспомогательных баланса («баланс источника» и «баланс детектора») достигаются быстро и их совокупный эффект сохраняется устойчиво.

Следует отметить, что приведенное выше уравнение равновесия КвМ является упрощенным, а полное уравнение содержит еще два десятка дополнительных членов. Дополнительные члены образованы произведениями четного числа (2 и 4) сомножителей – остаточных параметров φ и δ -эталонных в плечах КвМ. При указанных выше значениях φ и δ суммарный эффект этих членов пренебрежимо мал, но соответствующий источник неопределенности учтен в бюджете.

IV. ОЦЕНКА НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Результаты оценки неопределённости ($1-\sigma$) результатов измерений на основных этапах «цепи измерений» приведены в табл. 1. Для наглядности результаты представлены в виде пяти групп (A, B, C, D, E), соответствующих целям выполняемых работ.

ТАБЛИЦА 1. ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ЦЕПЬ, СВЯЗЫВАЮЩАЯ ЭТАЛОНЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ И ЁМКОСТИ: ОЦЕНКА ОТНОСИТЕЛЬНОЙ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ $(1-\Sigma) U_R$ (СОСТАВЛЯЮЩИЕ И СРЕДНЕКВАДРАТИЧЕСКОЕ ЗНАЧЕНИЕ)

Источник неопределённости	Тип	Значение, $u_R \times 10^{-8}$	Комментарии
Квантовые эталоны			
КСХ (Комплекс ГЭТ 14)	В	1	Эталон 1 кОм
Рубидиевый стандарт частоты PRS10	В	0,001	В составе SR625
Калибровка резисторов R1 и R2 (f = 1592 Гц)			
Транспортирование и хранение эталонов 1 -10-12,9 кОм	А	1	После перемещения
Передача единицы (1-100) кОм (пост. ток)	А	4,2	Отношение 1:100 МКТ-2, шум
Поправка «постоянный-переменный ток»	А, В	1,6	
В том числе: - теоретическая оценка расчетных моделей РРЧХ, - измерение РРЧХ $f=(0,01-1)$ МГц, - расчет поправок RLC-метра, - измерение R1 и R2 $f=(0,01-1)$ МГц, - расчет методом «частотной экстраполяции»		0,5 1,0 0,5 1,0 0,3	RLC-метр
Кратковременная стабильность		1,0	Коаксиальные кабели (3 м)
Повторяемость	А	1,4	СКО среднего (n =10)
Итого		4,9	
Квадратурный мост			
2ТР - определение резисторов	В	1,6	
Вариация контактного сопротивления разъёмов	А	0,8	ВПО(MUSA)
Повторяемость 2ТР значений ёмкости конденсаторов	А	0,5	С учётом кабелей (3 м)
Основной баланс	В	2,3	
Взаимный эффект ϕ и $\text{tg}\delta$ эталонов R1-R2-C1-C2	В	0,6	Уравнение измерений КвМ
Нестабильность температуры	В	0,6	$ \Delta t < 0,01$ К
Поправка к отношению 1:1 ИДН при реверсировании	В	1,2	В процессе измерений
Нелинейные искажения (намагничивание, размещение)	В	0,5	Коаксиальные дроссели
Повторяемость	А	2,6	СКО среднего (n =10)
Итого		4,2	Значение $(C_1 \times C_2)$, 1592 Гц
Определение ёмкости конденсаторов C1 и C2			
Измерение $\Delta C = C_1 - C_2$	А, В	1,0	ТМК, частота 1592 Гц
Расчет $C_1 (C_2)$	В	0,5	
Кратковременная нестабильность $C_1 (C_2)$	В	0,8	
Итого		1,4	
Передача единицы эталонам 10 пФ (f=1592 Гц)			
Аттестация отношения 10:1 ТМК при $f= 1592$ Гц	В	2,3	ТМК
Передача единицы $C_1 (C_2) - 100$ пФ, ($f= 1592$ Гц)	В	1,4	ТМК
Передача единицы 100 - 10 пФ ($f= 1592$ Гц)	В	1,4	ТМК
Нестабильность температуры эталонов 10 пФ	В	0,5	Различные термостаты
Повторяемость	А	2,4	СКО среднего (n.=10)
Итого		3,9	
Аттестация эталонов 10 пФ f = 1000 Гц			
Групповой эталон			
Зависимость емкости конденсаторов КМВ от частоты	В	0,5	
Кратковременная стабильность емкости эталонов	В	1,0	КвМ и групповой эталоны
Компарирование конденсаторов при частоте 1000 Гц	А	0,8	ТМК, метод замещения
Повторяемость	А	1,3	СКО среднего из 10 измерений
Итого		0,94	
Воспроизведение единицы электрической ёмкости		7,8 (или 78 пФ/Ф)	Групповой эталон 10 пФ

Примечания: МКТ-2 - мост на основе компаратора токов; РРЧХ- резистор с расчетной частотной зависимостью; КвМ - квадратурный мост; ИДН - индуктивный делитель напряжения (в составе КвМ); ТМК -трансформаторный мост-компаратор; КМВ - наименование частото-независимого конденсатора.

Оценка значения относительной суммарной неопределенности указана при $k=1$. При оценке метрологических характеристик ГЭТ должно быть использовано значение $k=2$.

Следует отметить, что приведенная выше оценка неопределенности является обобщением большого числа экспериментальных работ на отдельных этапах, выполненных на протяжении длительного периода, в течение которого проводились исследования по созданию элементов «цепи измерений».

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Создана аппаратура, которая является материальной основой для выполнения всех действий (процедур), которые в своей совокупности образуют процесс, обозначенный как «цепь измерений». Показано, что результат этого процесса – единица электрической емкости, воспроизведенная во ВНИИМ, – по своим метрологическим характеристикам соответствует современному мировому уровню. Подтверждением правильности воспроизведения единицы являются результаты международных сличений с участием МБМВ. В настоящее время участвовать в таких сличениях, к сожалению, не представляется возможным.

Размер единицы, воспроизведенной во ВНИИМ в 2025 году, зафиксирован значением группового эталона 10 пФ.

Остается надеяться, что стабильность группового эталона окажется достаточной для подтверждения метрологических характеристик нового ГЭТ 25 по результатам будущих сличений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Thompson A.M., Lampard D.G. 'A new theorem in electrostatics and its application to calculable standards of capacitance'. *Nature*. 1956; 177:18.
- [2] Comparison CSEM-K4.2017 of 10 pF and 100 pF Capacitance Standards Final report, November 2018.
- [3] Thompson A.M. An Absolute Determination of Resistance Based on a Calculable Standard of Capacitance, *Metrologia* vol. 4 no 1 1968, pp. 1–7.
- [4] Modular System for Calibration of Capacitance Standards Based on the Quantum Hall Effect. European Commission Program SMT4-CT98-22 4] L. 010.
- [5] L. Callegaro, V. D'Elia, and B. Trinchera. Realization of the farad from the dc quantum Hall effect with digitally assisted impedance bridges. *Metrologia*, vol. 47, pp. 464–472, 2010.
- [6] W.S. Kim, D.B. Kim, D.M. Kassim, L. Callegaro, V. D'Elia, B. Trencher, Jan Kucera, and yR. Sedlacek "Traceability Chain at KRISS from DC QHR to Farad using Digitally Assisted Coaxial Bridges" *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 68, No 6, pp. 1941-1947, 2019.
- [7] Семёнов Ю.П., Кривицкая Е.В. Определение частотных характеристик резисторов квадратурного моста. // 76-я Научно-техническая конференция Санкт-Петербургского НТО РЭС им. А.С. Попова, посвященная Дню радио: сб. докладов [Электронный ресурс] / СПбГЭТУ «ЛЭТИ». Санкт-Петербург, стр. 322-326, 2021
- [8] R.D. Lee, H.J. Kim, and Y.P. Semenov "New Stable 10 pF Gas-Dielectric Capacitor" *IEEE Trans. Instr. Meas.*, 50, No 2, pp. 294-297