

# Ширина луча линейной антенны в широком интервале изменения электрической длины

М. И. Сугак

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет  
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

sugakmi@yandex.ru

**Аннотация.** Отмечено, что хорошо известная формула для расчета ширины главного лепестка (ШГЛ) амплитудной диаграммы направленности (АДН) линейной (одномерной) синфазной антенны дает хорошую точность только для больших электрических размеров, в то время как в весьма важном в практическом отношении начальном участке, погрешность расчетов чрезвычайно велика. В данной работе получены приближенные выражения для определения ШГЛ, справедливые при небольших электрических размерах линейной антенны. Они обеспечивают высокую точность для случая полной электрической длины не более пяти.

**Ключевые слова:** линейная антенна; ширина главного лепестка; амплитудная диаграмма направленности

## I. ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что ширина главного лепестка (ШГЛ) амплитудной диаграммы направленности (АДН) линейной, равномерно возбуждаемой, синфазной антенны, определяется соотношением типа неопределенности [1],[2],[3]:

$$2\Delta\theta = \frac{2.783}{kl} \quad (1)$$

Между тем, для практически важного случая небольшой электрической длины ( $2kl \leq 5$ ), формула (1) дает значительную ошибку. В частности, при  $2kl = 4$  она уже составляет 27 процентов. Определенный практический интерес при проектировании антенн представляет нахождение лаконичного выражения, дающего малую погрешность в этом интервале.

Таким образом, целью данной работы является получение замкнутого выражения между ШГЛ АДН линейной (одномерной) антенны и ее электрическим размером, справедливого в том интервале, где формула

(1) не работает. Моделью антенны в данном случае является линейный отрезок длиной  $2l$ , состоящий из последовательно соединенных диполей Герца, синфазно возбуждаемых гармоническим сигналом.

Будем отталкиваться от известного выражения для нормированной АДН [1]:

$$F(\theta) = \left| \sin(\theta) \frac{\sin(kl \cos(\theta))}{kl \cos(\theta)} \right| \quad (2)$$

Здесь:  $F(\theta)$  – АДН антенны, как функция угла,  $\theta$  – угол, отсчитываемый от оси антенны,  $2kl$  – полная электрическая длина раскрыва антенны,  $k = \frac{\omega}{c}$  – волновое число,  $c$  – скорость света в вакууме.

## II. ВЫВОД ОСНОВНЫХ СООТНОШЕНИЙ

Получим замкнутое аналитическое выражение для ШГЛ АДН при небольших электрических размерах. Для этого в выражении (2) воспользуемся разложением в ряд по степеням  $kl \cos(\theta)$  с удержанием ограниченного числа слагаемых. Расчеты показывают, что хорошие результаты достигаются при сохранении двух или трех слагаемых, при этом уменьшение числа членов ряда приводит к сужению интервала частот, в котором будут справедливы дальнейшие оценки. В результате имеем приближенные соотношения:

$$F3(\theta) \approx \sin(\theta) \left( 1 - \frac{kl^2 \cos^2(\theta)}{6} + \frac{kl^4 \cos^4(\theta)}{120} \right) \quad (3)$$

$$F2(\theta) \approx \sin(\theta) \left( 1 - \frac{kl^2 \cos^2(\theta)}{6} \right) \quad (4)$$

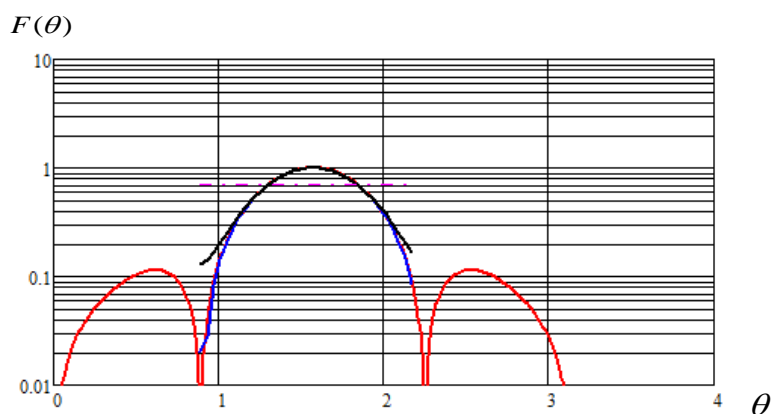


Рис. 1. АДН линейной антенны из точной формулы (2) и аппроксимаций (3) и (4) при  $kl = 5$

Расчеты АДН по (2–4) представлены на рис. 1. Здесь хорошо видно, что ШГЛ по уровню минус 3 дБ можно успешно определять по точной формуле (2) и ее аппроксимациям (3),(4). Однако с увеличением электрических размеров антенны для сохранения

высокой точности следует увеличивать число членов ряда. Для вывода дальнейших соотношений понадобятся выражения для производных по углу от функций, представленных формулами (3) и (4). Они получаются в виде:

$$F3(\theta)' = \cos(\theta) \left( 1 - \frac{kl^2 \cos(\theta)^2}{6} + \frac{kl^4 \cos(\theta)^4}{120} \right) - \sin(\theta) \left( \frac{kl^4 \cos(\theta)^3 \sin(\theta)}{30} - \frac{kl^2 \cos(\theta) \sin(\theta)}{3} \right)$$

$$F2(\theta)' = \cos(\theta) \left( 1 - \frac{kl^2 \cos(\theta)^2}{6} \right) + \sin(\theta) \left( \frac{kl^2 \cos(\theta) \sin(\theta)}{3} \right)$$

Далее, воспользовавшись известным соотношением, связывающим приращение функции и аргумента с производной, можно записать приближенное выражение для ШГЛ АДН разной степени точности. Опуская промежуточные выкладки, приведем окончательные выражения для ШГЛ. В случае применения аппроксимации (3) получим формулу:

$$2\Delta\theta = \frac{\pi}{2} - \frac{\frac{kl^2}{6} - \frac{kl^4}{240}}{1 + \frac{kl^2}{12} - \frac{kl^4}{160}} \quad (5)$$

В случае применения более грубой аппроксимации (4), имеем лаконичную оценку:

$$2\Delta\theta = \frac{\pi}{2} - \frac{kl^2}{6} \quad (6)$$

Отметим, что весьма точное решение для ШГЛ ДН по уровню минус 3 дБ, справедливое в широком интервале изменения параметров, можно легко получить численно с помощью выражения (2), однако, в данном случае ставилась задача найти замкнутое аналитическое выражение, пусть и с ограниченным интервалом применимости.

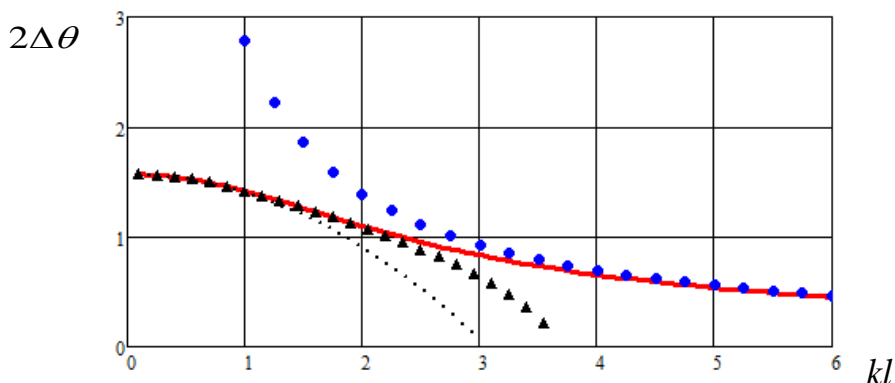


Рис. 2. ШГЛ АДН линейной антенны как ф-я электрической полудлины антенны для численного решения (красная линия) и по формулам (1),(5),(6): (1) - синие точки, (5) - черные треугольники и (6) - точки

На рис. 2 представлены результаты расчета ШГЛ, полученные из численного решения нелинейного уравнения с применением формулы (2) (красная линия), классической оценки ШГЛ, известной из литературы (1) и полученных в данной работе приближенных выражений (5) и (6).

Здесь мы видим, что оценка (1) дает удовлетворительную погрешность лишь для значений  $kl \geq 3.7$ , а в области малых значений  $kl$  она совершенно неприменима. Вместе с тем, в этом случае (5) и (6) дают значительно более точный результат. Из приведенных расчетных данных видно, что наиболее простая формула (6) ожидаемо имеет меньший интервал применимости, чем оценка по (5).

### III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Известная формула для ШГЛ ДН линейной антенны хорошо совпадает с точным численным решением, но дает большую погрешность в области малых значений электрической длины. Предложенные в данной работе выражения закрывают начальный интервал  $2kl \leq 5$  и дают в нем высокую точность.

Заметим, что выявленные закономерности поведения ШГЛ в начальной области частотной зависимости, позволяет предположить, что и известная формула для КНД синфазной линейной антенны дает здесь значительную погрешность и нуждается в уточнении.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Марков Г.Т., Сазонов Д.М. Антенны: Учебник для вузов. Изд. 2-е, М. «Энергия», 1975.
- [2] Шифрин Я.С. Антенны. «ВИРТА», 1976.
- [3] Никольский В.В. Антенны. М.: «Связь», 1966.