

Адаптивный алгоритм экстраполяции траекторной информации с использованием индуктивного метода конформного прогнозирования

В. В. Макаренко, И. С. Луцько,
М. Ю. Кузнецов

*Военно-космическая академия
имени А.Ф. Можайского*

vka@mil.ru

Н. А. Куприянов

*Краснодарское высшее военное авиационное училище
лётчиков имени Героя Советского Союза А. К. Серова*

kvvaul@mil.ru

Аннотация. Рассмотрено функционирование адаптивного алгоритма экстраполяции траекторной информации в условиях параметрической априорной неопределенности статистических характеристик принимаемых сигналов, помех и шумов. Предложено реализовать в адаптивном алгоритме процесс экстраполяции траекторной информации на основе построения интервалов предсказаний координат наблюдаемых объектов с использованием индуктивного метода конформного прогнозирования. Показано, что применение данного подхода позволяет уменьшить ошибки прогнозирования координат объектов за счет учета и оценки неопределенности измеряемой информации.

Ключевые слова: критерий минимума средних квадратов ошибок, калибровочный набор измерений, функция неконформности

I. ВВЕДЕНИЕ

Решение задачи экстраполяции траекторной информации современными системами обзора и наблюдения за воздушным и космическим пространством осуществляется в сложных условиях обстановки [1]. Источники внешнего излучения, маневрирование и низкие углы наблюдения объектов приводят к возникновению условий параметрической априорной неопределенности статистических характеристик принимаемых сигналов, помех и шумов. При этом, как показывают результаты функционирования современных информационных систем, заложенное в основу алгоритма экстраполяции условие стационарности закона распределения измеряемых случайных величин обычно не выполняется. Наличие данного фактора приводит к увеличению ошибок прогнозирования координат объектов в сложных условиях обстановки. В этом случае для работы алгоритмов обработки информации с заданным качеством применяют различные методы: машинного обучения, стохастической аппроксимации, адаптивного байесовского подхода [2, 3].

В условиях ограниченного временного и вычислительного ресурсов систем обзора и наблюдения за воздушным и космическим пространством целесообразно использовать методы конформного прогнозирования [4].

Методы конформного прогнозирования представляют собой разновидность методов машинного обучения, которые используют для построения вероятностных прогнозов оценку неопределенности информации [5]. К преимуществам данных методов относят возможность осуществлять прогнозирование измерений с заданным качеством без предъявления требований к закону распределения и условиям стационарности случайного процесса. Единственным требованием является требование о неупорядоченности данных. При этом, как показано в [4], предположение о неупорядоченности выполняется для независимых и одинаково распределенных случайных величин, что позволяет применять конформное прогнозирование для решения широкого класса задач. Основными компонентами конформного прогнозирования являются функция неконформности и p -значения. Функция неконформности оценивает, насколько новое измерение отличается от ранее полученных измерений координат объектов в соответствии с определенным критерием эффективности работы информационной системы. В качестве функции неконформности в задачах обработки координатной информации обычно применяют критерий минимума средних квадратов ошибок (СКО). Построение множества конформных прогнозов и оценка неопределенности информации производятся на основе расчета p -значений, которые показывают, насколько новое значение статистически соответствует (конформно) предыдущим измерениям. При этом сравнение нового измерения может осуществляться как с полным объемом данных (трансдуктивный метод конформного прогнозирования), так и с ограниченным объемом выборки (индуктивный метод конформного прогнозирования) [3].

В ранее описанных сложных условиях обстановки целесообразно рассмотреть использование индуктивного метода конформного прогнозирования, реализация которого в информационной системе потребует меньших временных и вычисленных затрат. Целью работы является разработка адаптивного алгоритма экстраполяции траекторной информации на основе построения интервалов предсказаний координат наблюдаемых объектов в условиях ограниченного объема обучающей выборки (индуктивное конформное прогнозирование).

II. АДАПТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ ТРАЕКТОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ НА ОСНОВЕ ПОСТРОЕНИЯ ИНТЕРВАЛОВ ПРЕДСКАЗАНИЙ КООРДИНАТ НАБЛЮДАЕМЫХ ОБЪЕКТОВ В УСЛОВИЯХ ОГРАНИЧЕННОГО ОБЪЕМА ОБУЧАЕМОЙ ВЫБОРКИ (ИНДУКТИВНОЕ КОНФОРМНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ)

Рассмотрим работу адаптивного алгоритма экстраполяции траекторной информации в условиях параметрической априорной неопределенности статистических характеристик принимаемых сигналов на фоне помех и белого гауссовского шума.

Допустим, что антенное устройство информационной системы представляет собой прямоугольную эквидистантную фазированную антенную решетку, состоящую из N излучателей. На вход решетки, поступает k отчетов векторного случайного процесса:

$$\bar{\xi}_N(n) = \bar{s}_N(n) + \bar{m}_N(n) + \bar{w}_N(n), \quad n = \overline{1, k}, \quad (1)$$

где $\bar{\xi}_N(n)$ – векторный случайный процесс размера $N \times 1$;

$$\bar{\xi}_N^H(n) = [\xi_{1,1}(n), \dots, \xi_{N,N}(n)];$$

$\bar{s}_N(n)$ – вектор принимаемого сигнала от наблюдаемых объектов;

$\bar{m}_N(n)$ – вектор помех;

$\bar{w}_N(n)$ – вектор белого гауссовского шума.

Векторный случайный процесс $\bar{\xi}_N(n)$ подчиняется нормальному закону распределения с нулевым математическим ожиданием $M[\bar{\xi}_N(n)] = \bar{\mathbf{0}}_N(n)$ и ковариационной матрицей вида:

$$M[\bar{\xi}_N(n) \cdot \bar{\xi}_N^H(n)] = \bar{\mathbf{K}}_{N,N}(n), \quad (2)$$

где $\bar{\mathbf{0}}_N(n)$ – ноль-вектор размера $N \times 1$;

$\bar{\mathbf{K}}_{N,N}(n)$ – ковариационная матрица $\bar{\xi}_N(n)$ размера $N \times N$;

H – операция эрмитого сопряжения вектора (матрицы).

Вектор ошибки экстраполяции координат наблюдаемых объектов $\bar{\mathbf{e}}_N(n)$ определяется следующим выражением [6]:

$$\bar{\mathbf{e}}_N(n+1) = \bar{\xi}_N(n+1) - \bar{\mathbf{U}}_{N,N}(n+1) \cdot \bar{\xi}_N(n), \quad (3)$$

где $\bar{\mathbf{U}}_{N,N}(n)$ – матрица экстраполяции координат наблюдаемых объектов;

$$\bar{\mathbf{U}}_{N,N}(n) = \begin{bmatrix} U_{1,1}(n) & U_{1,2}(n) & \dots & U_{1,N}(n) \\ U_{2,1}(n) & U_{2,2}(n) & \dots & U_{2,N}(n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ U_{N,1}(n) & U_{N,2}(n) & \dots & U_{N,N}(n) \end{bmatrix};$$

Оптимальные значения (оценки) матрицы $\hat{\mathbf{U}}_{N,N}(n)$ находятся в соответствии с критерием минимума СКО:

$$\text{tr} \left(M \left[\bar{\mathbf{e}}_N(n+1) \cdot \bar{\mathbf{e}}_N^H(n+1) \right] \right) \rightarrow \min, \quad (4)$$

где $\text{tr}[\cdot]$ – операция вычисления следа матрицы в квадратных скобках.

Для решения задачи экстраполяции траекторной информации в условиях параметрической априорной неопределенности вместо значений матриц $\bar{\mathbf{K}}_{N,N}(n)$ используем оценки максимального правдоподобия $\hat{\mathbf{K}}_{N,N}(n)$ с применением процедуры стохастической аппроксимации [7, 8]:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{U}}_{N,N}(n+1) = & \hat{\mathbf{U}}_{N,N}(n) \left[\mathbf{I} - \mu(n) \times \text{diag} \left(\hat{\mathbf{U}}_{N,N}^H(n) \times \right. \right. \\ & \left. \left. \times \bar{\xi}_N(n+1) \cdot \bar{\xi}_N^H(n+1) \cdot \hat{\mathbf{U}}_{N,N}(n) \right) \right] + \\ & + \mu(n) \cdot \hat{\mathbf{K}}_{N,N}(n+1) \cdot \hat{\mathbf{U}}_{N,N}(n). \end{aligned} \quad (5)$$

где $\text{diag}(\cdot)$ – вектор значений, соответствующий значениям элементов на главной диагонали матрицы в круглых скобках;

$\mu(n)$ – коэффициенты стохастической аппроксимации, удовлетворяющие следующим условиям:

$$\mu(n) > 0, \quad \sum_{n=0}^{\infty} \mu(n) = \infty, \quad \sum_{n=0}^{\infty} \mu(n)^2 < \infty.$$

Расчет оценок максимального правдоподобия матрицы $\hat{\mathbf{K}}_{N,N}(n+1)$ определяется в соответствии со следующим выражением [3, 9]:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{K}}_{N,N}(n+1) = & \left(\frac{n}{n+1} \right) \cdot \hat{\mathbf{K}}_{N,N}(n) + \\ & + \frac{\bar{\xi}_N(n+1) \cdot \bar{\xi}_N^H(n+1)}{n+1}. \end{aligned} \quad (6)$$

Далее в целях работы рассмотренного выше адаптивного алгоритма (5) с заданным качеством (4) в сложных условиях обстановки реализуем процесс экстраполяции траекторной информации на основе построения интервалов предсказаний координат наблюдаемых объектов в условиях ограниченного объема обучающей выборки (индуктивное конформное прогнозирование).

В качестве функции неконформности используем критерий минимума СКО (4).

В этом случае процесс построения интервалов предсказаний координат наблюдаемых объектов в рассматриваемом алгоритме (1)–(6) будет включать в себя следующие этапы обработки информации:

- Разделение отчетов случайного процесса $\bar{\xi}_N(n)$ на два вида выборки: обучающая $l = \overline{1, L}$, калибровочная $g = \overline{1, G}$;

- Настройка алгоритма на основе измерений обучаемой выборки $l = \overline{1, L}$;
- Расчеты оценок согласно выражения (3) для измерений, полученных на обучаемом $\bar{\mathbf{e}}_N(l)$ и калибровочном $\bar{\mathbf{e}}_N(g)$ наборе данных;
- Вычисление p -значений для калибровочной выборки:

$$p(n) = (|z_l, e_l \geq e_n| + 1) / (n + 1), \quad (7)$$

где $|z_l, e_l \geq e_n|$ – функция, которая определяет количество отсчетов в калибровочном наборе, для которых оценка неконформности равна или превышает оценку неконформности для нового наблюдения;

- Вычисление p -значения для нового отсчета $\bar{\xi}_N(n+1)$ данных;
- Включение нового наблюдения $\bar{\xi}_N(n+1)$ в калибровочный набор измерений на основе сравнения рассчитанного p -значения для отчета $\bar{\xi}_N(n+1)$ с выбранным уровнем значимости α ;
- Вычисление квантилей оценок неконформности $\hat{q}(n+1)$ для калибровочного набора измерений:

$$\hat{q}(n+1) = [(r+1) \cdot (1-\alpha)] / (r), \quad (8)$$

где r – итоговое количество измерений в калибровочном наборе на $(n+1)$ -м шаге экстраполяции;

- Вычисление вектора ошибки экстраполяции координат наблюдаемых объектов с учетом оценки неопределенности информации:

$$\bar{\mathbf{e}}_N(n+1) = \bar{\xi}_N(n+1) - \hat{\mathbf{U}}_{N,N}(n+1) \cdot \bar{\xi}_N(n) \cdot \hat{q}(n+1). \quad (9)$$

На рис. 1 показаны результаты расчетов ошибок экстраполяции координат наблюдаемых объектов (дальности) без и с использованием индуктивного метода конформного прогнозирования.

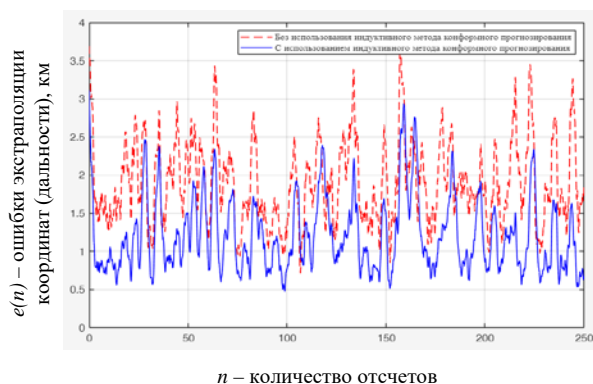


Рис. 1. Результаты расчетов ошибок экстраполяции координат (дальности) без и с использованием индуктивного метода конформного прогнозирования

Анализ результатов моделирования показал, что использование индуктивного конформного прогнозирования в задачах экстраполяции траекторной информации позволяет улучшить качество обработки данных (уменьшить ошибки прогнозирования координат объектов) за счет оценки неопределенности измеряемой информации в сложных условиях обстановки.

III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе предложен адаптивный алгоритм экстраполяции траекторной информации на основе построения интервалов предсказаний координат наблюдаемых объектов в условиях ограниченного объема обучаемой выборки (индуктивное конформное прогнозирование).

Использование индуктивного конформного прогнозирования в задачах экстраполяции траекторной информации позволяет улучшить качество обработки данных в рассмотренном адаптивном алгоритме (уменьшить ошибки прогнозирования координат объектов) примерно на 15%. Повышение точности вычислений достигается за счет оценки неопределенности измеряемой информации, обусловленной как условиями параметрической априорной неопределенности, так и нестационарным характером статистических характеристик входного векторного случайного процесса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Адаптивный алгоритм распознавания стационарных и нестационарных случайных процессов в условиях параметрической априорной неопределенности статистических характеристик сигналов и помех / В.В. Макаренко, А.А. Шаталов, В.А. Шаталова, Н.А. Куприянов, С.В. Якубовский // *Нелинейный мир*. 2025. Т. 23, № 4. С. 12-29.
- [2] Манохин В. Конформное прогнозирование в Python / пер. с англ. А.В. Груздева. Москва: ДМК Пресс, 2024. 306 с.
- [3] Круглов В.М. Случайные процессы в 2 ч. Часть 2. Основы стохастического анализа. Москва: Юрайт, 2024. 280 с.
- [4] Conformal prediction for multi-dimensional time series by ellipsoidal sets / С. Xu, Н. Jiang, Y. Xie // *Published in International Conference on Machine Learning*. 2024. 38 с.
- [5] Адаптивный алгоритм подстройки весовых коэффициентов фазированной антенной решетки с использованием индуктивного метода конформного прогнозирования / В.В. Макаренко, А.С. Степенко, И.В. Какаев, Н.А. Куприянов // *Научно-техническая конференция Санкт-Петербургского НТО РЭС им. А.С. Попова, посвященная Дню радио*. 2025. № 1(80). С. 29-31.
- [6] Джиган В.И. Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. Москва: Техносфера, 2013. 528 с.
- [7] Прохоров С.А. Прикладной анализ случайных процессов / Под ред. С.А. Прохорова. Самара: СНЦ РАН, 2007. 582 с.
- [8] Адаптивный алгоритм распознавания сигналов, принимаемых от быстро флуктуирующих целей и целей с доплеровским рассеянием при наличии помех / А.С. Бачевский, Д.Ю. Коновалов, В.В. Лабеев, А.А. Шаталов, В.А. Шаталова, // *Труды Военно-космической академии имени А.Ф.Можайского*. 2017. № 656. С. 25-34.
- [9] Об оценке параметров информативных сигналов в условиях нестационарности шумов и помех / А.Г. Якунин // *Измерение, контроль, информатизация: Материалы XIX международной научно-технической конференции*, Барнаул, 23 мая 2018 года. Под редакцией Л.И. Сучковой. Том 1. Барнаул: Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, 2018. С. 64-69.