

Метрика неравномерности частотной характеристики канала для адаптивного подключения оценки канала методом максимизации математического ожидания в системах с ортогональным частотным разделением

М. М. Попов, А. Л. Гельгор, Д. А. Ткаченко

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

mikhail.popov@metalab.ifmo.ru, agelgor@spbstu.ru, ppdtkach@mail.ru

Аннотация. Статья посвящена анализу эффективности подключения EM-метода к ZF-эквализации в сравнении с традиционной ZF-эквализацией. Предложена метрика, которая характеризует неравномерность частотной характеристики канала и позволяет определить границы применимости методов: в каналах, где значение метрики превышает единицу, применение EM-алгоритма обеспечивает существенный выигрыш, тогда как в иных условиях его применение не дает заметных преимуществ перед ZF-эквализацией.

Ключевые слова: полуслепые методы оценки канала; максимизация математического ожидания; OFDM; адаптивная эквализация

I. ВВЕДЕНИЕ

В основе физического уровня современных стандартов беспроводной связи, таких как Wi-Fi, Long Term Evolution (LTE) и New Radio (NR), лежит технология ортогонального частотного разделения каналов (Orthogonal Frequency-Division Multiplexing, OFDM) [1]. Высокая спектральная эффективность и устойчивость OFDM к межсимвольной интерференции обеспечивают надежную передачу данных в условиях многолучевого распространения. Ключевой принцип OFDM заключается в разделении высокоскоростного потока данных на множество параллельных низкоскоростных потоков, передаваемых на ортогональных поднесущих частотах.

При прохождении через беспроводной канал сигнал искажается под воздействием многолучевости и шума, что требует компенсации влияния канала — решения задачи эквализации. В OFDM воздействие канала на каждую поднесущую сводится к умножению переданного символа на комплексный коэффициент — значение частотной характеристики канала (CFR) [2], поэтому эквализация заключается в оценке CFR и последующем обращении его влияния.

Простейшим подходом является ZF-эквализация (Zero-Forcing), при которой переданный символ восстанавливается делением принятого сигнала на оценку CFR [1–3]. Для получения оценки используются пилотные символы с последующей интерполяцией.

Основной недостаток такого способа — снижение спектральной эффективности из-за необходимости размещать большое количество пилотных символов, что особенно критично для многоантенных систем и сценариев высокой мобильности.

Для преодоления этого ограничения были разработаны полуслепые (semiblind) алгоритмы оценки канала [4]. В них используется минимальное количество пилотных символов для получения начального приближения, после чего выполняется итерационное уточнение оценки с учетом априорной информации о системе и свойств принятого сигнала. Одним из эффективных методов данного класса является метод максимизации математического ожидания (Expectation-Maximization, EM) [5, 6, 7].

Применение полуслепых алгоритмов не всегда приводит к улучшению характеристик системы беспроводной связи: в условиях высокого отношения сигнал-шум (ОСШ) или при достаточном количестве пилотных символов традиционные методы могут работать не хуже, но с меньшими вычислительными затратами. В связи с этим актуальной задачей является разработка метрики неравномерности частотной характеристики канала, которая позволяла бы адаптивно подключать полуслепой алгоритм эквализации в зависимости от текущей ситуации. Оставшаяся часть работы устроена следующим образом:

- в разделе II дано краткое описание алгоритмов ZF- и EM-эквализации;
- в разделе III предложена метрика μ неравномерности передаточной характеристики частотно-селективного канала;
- в разделе IV приведены результаты численного моделирования, подтверждающие применимость предложенной метрики;
- в разделе V сформулированы выводы.

II. АЛГОРИТМЫ ЭКВАЛИЗАЦИИ

A. ZF-алгоритм

Рассмотрим модель OFDM-системы в частотной области. Передаваемый сигнал на каждой из J поднесущих представляется комплексным символом x_j ($j = 1 \dots J$). Все комплексные символы принадлежат созвездию $\{x_c\}_{c=1}^C$, где C – размер созвездия. При распространении сигнал подвергается воздействию частотно-селективного канала с комплексной частотной характеристикой $\{H_j\}_{j=1}^J$ и аддитивного белого гауссовского шума $\{n_j\}_{j=1}^J$ с нулевым средним и дисперсией σ^2 . Принятый символ r_j на j -й поднесущей описывается выражением

$$r_j = H_j x_j + n_j. \quad (1)$$

Для получения начальной оценки канала используются пилотные символы, размещенные на определенном подмножестве поднесущих \mathcal{P} . Обозначим пилотный символ на поднесущей $l \in \mathcal{P}$ как p_l . Тогда оценка частотной характеристики канала на пилотных позициях вычисляется путем деления принятого символа на известный пилотный:

$$\hat{H}_l = \frac{r_l}{p_l} = H_l + \frac{n_l}{p_l}. \quad (2)$$

Оценка, определяемая выражением (2), содержит шумовую компоненту. Алгоритм ZF-эквализации состоит в делении принятого сигнала в частотной области на оценку канала, полученную путем интерполяции результатов (2) на все поднесущие. Для приемлемого качества интерполяции пилотные поднесущие должны располагаться достаточно часто, чтобы отслеживать частотно-селективные изменения канала. Например, в стандарте LTE, пилотные символы размещаются с шагом $\Delta=6$ поднесущих [8], т. е. между двумя соседними пилотными поднесущими располагается 5 поднесущих с данными.

B. EM-алгоритм

Предположим, что на поднесущих с индексами $d = 1 \dots D$ частотная характеристика канала не менялась и была равна $\hat{\chi}$. Для использования EM-алгоритма в качестве начального приближения используем оценку, используемую ZF-алгоритмом, т. е. результат линейной интерполяции $\hat{H} = \{\hat{H}_d\}_{d=1}^D$. С учетом (1), условная плотность вероятности последовательности переданных и принятых символов $\mathbf{x} = \{x_d\}_{d=1}^D, \mathbf{r} = \{r_d\}_{d=1}^D$

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{x} | \hat{\chi}) = \prod_{d=1}^D \frac{1}{C} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{|r_d - \hat{\chi}x_d|^2}{2\sigma^2}\right). \quad (3)$$

Определим функцию правдоподобия $Q(\hat{\chi} | \hat{H})$ [3] как условное математическое ожидание логарифма выражения (3)

$$Q(\hat{\chi} | \hat{H}) = E\left[\ln f(\mathbf{r}, \mathbf{x} | \hat{\chi}) | \mathbf{r}, \hat{H}\right], \quad (4)$$

где в качестве условных переменных выбраны вектор принятых символов \mathbf{r} и вектор начальной оценки канала \hat{H} . Примем в качестве уточненного значения оценки канала такое значение аргумента $\hat{\chi}$, при котором функция правдоподобия (4) будет максимальна. Путем прямого дифференцирования по сопряженному аргументу, можно показать, что

$$\hat{\chi} = \frac{\sum_{c=1}^C \sum_{d=1}^D w_{c,d} y_d x_c^*}{\sum_{c=1}^C \sum_{d=1}^D w_{c,d} |x_c|^2}, \quad (5)$$

где веса $w_{c,d}$ определяются выражением

$$w_{c,d} = \frac{\exp\left(-\frac{|r_d - \hat{H}_d x_c|^2}{2\sigma^2}\right)}{\sum_{c=1}^C \exp\left(-\frac{|r_d - \hat{H}_d x_c|^2}{2\sigma^2}\right)}. \quad (6)$$

Процедура, описываемая выражениями (5), (6), итерационная и может быть повторена несколько раз, если использовать результат оценки на предыдущем шаге в качестве начального приближения нового шага. На каждой итерации EM-алгоритм вычисляет более достоверные веса символов, что позволяет скорректировать оценку канала и тем самым снизить вероятность битовой ошибки

III. МЕТРИКА НЕРАВНОМЕРНОСТИ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЧАСТОТНО-СЕЛЕКТИВНОГО КАНАЛА

Эффективность использования EM-алгоритма напрямую зависит от степени частотной селективности канала. В сильно селективных каналах EM-алгоритм позволяет существенно улучшить оценку канала за счет усреднения на каждой итерации множества возможных символов с весами, пропорциональными вероятности их передачи. Такое взвешенное усреднение снижает влияние ошибочных решений на итоговую оценку, что особенно важно при высоких порядках модуляции, где символы расположены плотно и риск неверного детектирования велик. Чем больше расстояние между пилотными поднесущими, тем грубее исходная интерполяция и сильнее проявляется преимущество EM-алгоритма, который способен восстанавливать частотную характеристику канала по символам данных, компенсируя недостаток пилотной информации. В частотно-плоских каналах, напротив, даже редкая сетка пилотов обеспечивает приемлемое качество эквализации, и дополнительные итерации EM не дают существенного выигрыша, поскольку усреднение по символам не добавляет новой информации.

Сказанное обуславливает необходимость введения метрики, количественно оценивающей частотную селективность канала для адаптивного выбора метода оценки. В качестве подобной метрики мы предлагаем использовать следующее выражение:

$$\mu = \frac{\sqrt{C}}{20} \cdot \log_2 \frac{\Delta}{6} \cdot \frac{\sum_{l=1}^L |\hat{h}_l|^2}{\max(|\hat{h}_l|^2)}, \quad (7)$$

где C – размер модуляционного созвездия, используемого на информационных поднесущих, Δ – шаг пилотных сигналов (в поднесущих),

$$\{\hat{h}_l\}_{l=1}^L = \text{IFFT} \left[\{\hat{H}_l\}_{l=1}^L \right] - \text{обратное преобразование}$$

Фурье от CFR. Метрика μ растет при увеличении размера созвездия и расстояния между пилотными поднесущими. Последний множитель представляет собой величину, обратную к доле мощности, заключенной в главном луче: чем более частотно-селективным является канал, тем больше это отношение. Нормировочный коэффициент $1/20$ в формуле (7) был подобран таким образом, чтобы при значении $\mu > 1$ включение EM-алгоритма обеспечивало улучшение в помехоустойчивости ~ 1 дБ при ОСШ на бит ~ 15 дБ.

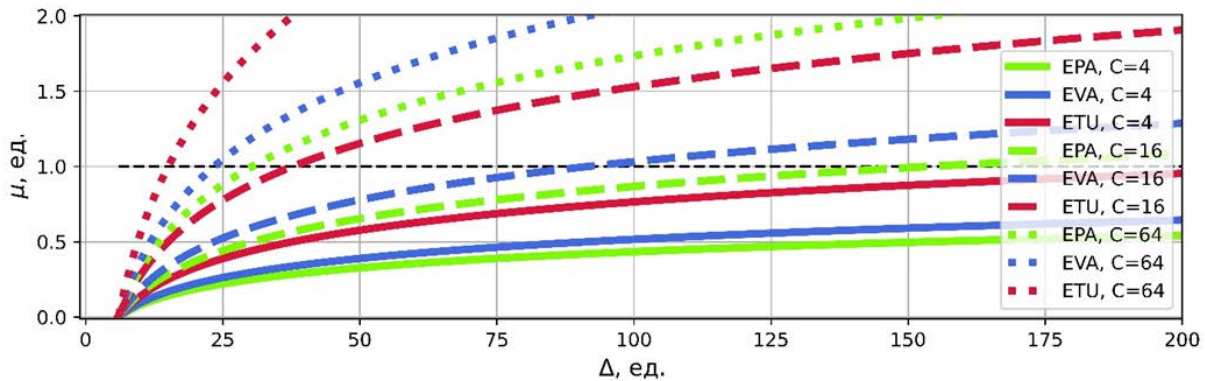


Рис. 1. Семейство кривых $\mu(\Delta)$ при $h^2=15$ дБ. Черным пунктиром показано референсное значение $\mu=1$

На рис. 1 приведено семейство кривых $\mu(\Delta)$, построенных для разных каналов и размеров созвездий C при фиксированном ОСШ на бит $h^2 = 15$ дБ. Для моделирования различных пространственных каналов использовались стандартизированные профили [9] EPA (Extended Pedestrian A), EVA (Extended Vehicular A) и ETU (Extended Typical Urban), определяющие различные сценарии многолучевого распространения.

Рис. 1 демонстрирует, что с увеличением Δ необходимость в EM-алгоритме возрастает для всех типов канала, однако степень этого роста существенно зависит от частотной селективности. Для слабо селективного канала EPA метрика остается невысокой даже при совсем редких пилотных поднесущих, указывая на то, что ZF-эквализация оказывается достаточной. Для сильно селективных каналов EVA и ETU метрика быстро растет с увеличением расстояния между пилотными поднесущими, сообщая о необходимости использования EM. Кроме того, метрика чувствительна к порядку модуляции: для 64-QAM она предсказывает более раннюю потребность в EM по сравнению с 4-QAM.

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ

Для проверки работоспособности предложенной метрики в среде MATLAB R2024a было выполнено имитационное моделирование для стандартизированных профилей канала EPA, EVA и ETU при различных отношениях сигнал-шум и порядках модуляции. Качество приема в каждом сценарии оценивалось по зависимости вероятности битовой ошибки (BER) от ОСШ на бит. Результаты, представленные на рис. 2, 3, 4, получены для трех итераций EM-алгоритма с кусочно-постоянной интерполяцией частотной характеристики канала. Размер сегмента D и расстояние между

пилотными поднесущими Δ принимались равными 64. При расчетах использовался битовый перемежитель и сверточный код с длиной кодового ограничения 7 и порождающим полиномом [133,171,165]. Для оценки точности восстановления канала полученные кривые сравнивались с истинной частотной характеристикой («truechan»).

На рис. 2 представлено сравнение кривых помехоустойчивости для различных типов эквалайзеров в канале EPA при использовании модуляций 4-QAM, 16-QAM и 64-QAM. Видно, что подключение EM-эквалайзера обеспечивает заметное уменьшение вероятности битовой ошибки только для 64-QAM, особенно в области средних и высоких значений ОСШ, в то время как для меньших порядков модуляции итерационная процедура практически не приводит к улучшению помехоустойчивости.

ТАБЛИЦА I. ЗНАЧЕНИЯ МЕТРИКИ μ ПРИ $h^2=15$ дБ

Канал	Порядок модуляции C		
	4	16	64
EPA	0,365	0,730	1,459 (≥ 1)
EVA	0,434	0,868	1,736 (≥ 1)
ETU	0,643	1,287 (≥ 1)	2,574 (≥ 1)

Такое поведение объясняется тем, что с ростом порядка модуляции расстояние между символами в созвездии уменьшается, что повышает чувствительность системы к точности оценки канала. Аналогичные закономерности наблюдаются и для более частотно-селективных каналов EVA и ETU (рис. 3, 4), однако в них выигрыш от применения EM-алгоритма становится заметен уже начиная с 16-QAM, поскольку выраженная частотная избирательность этих каналов создает дополнительные сложности для интерполяции при ZF-

оценке, и EM-алгоритм позволяет эффективнее использовать информацию из символов данных для уточнения частотной характеристики.

Подчеркнем, что результаты моделирования подтверждают работоспособность предложенной метрики (7): во всех рассмотренных сценариях, где $\mu \geq 1$ применение EM-алгоритма обеспечивало существенный выигрыш в помехоустойчивости, тогда как при значениях $\mu < 1$ EM-алгоритм практически не давал улучшения по сравнению с ZF-эквалайзером. Результаты расчета значений метрики μ в точке $h^2 = 15$ дБ для каждого из рассмотренных случаев сведены в таблицу 1. В таблице отмечены значения $\mu \geq 1$.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе был реализован и исследован EM-эквалайзер для прямо-передающих систем с OFDM. Предложена метрика μ , позволяющая количественно оценить целесообразность применения итерационной процедуры, и с помощью имитационного моделирования показана ее работоспособность для различных типов каналов и порядков модуляции. Показано, что для значений $\mu \geq 1$ применение процедуры EM-эквализации целесообразно.

Полученные результаты могут быть использованы при разработке адаптивных эквалайзеров, переключающихся между ZF- и EM-режимами в зависимости от текущих характеристик канала, что позволяет достичь компромисса между вычислительной сложностью и помехоустойчивостью.

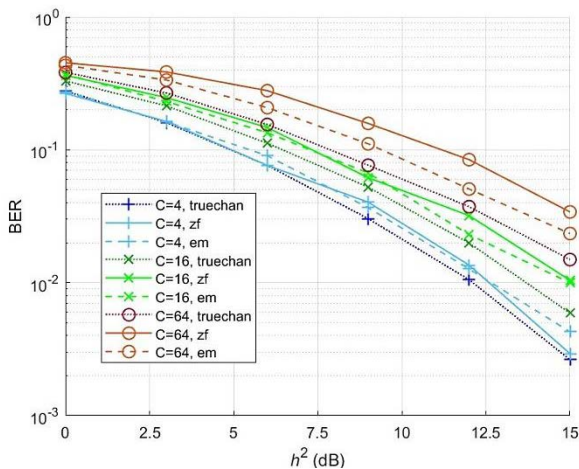


Рис. 2. Кривые помехоустойчивости для канала EPA

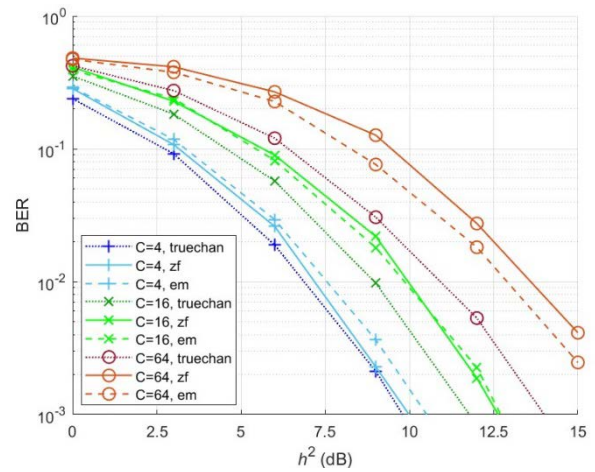


Рис. 3. Кривые помехоустойчивости для канала EVA

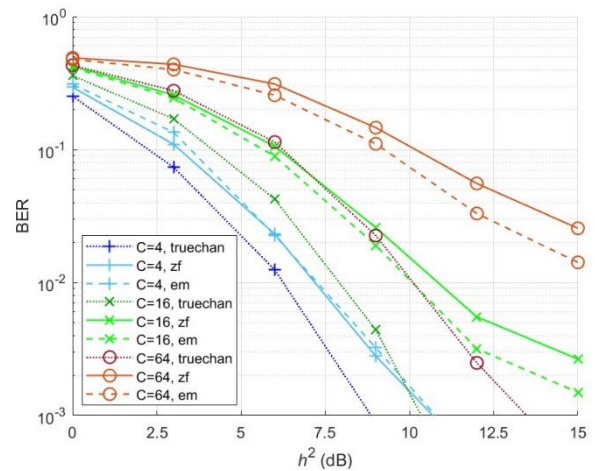


Рис. 4. Кривые помехоустойчивости для канала ETU

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Proakis J. G., Salehi M. Digital communications. New York: McGraw-hill, 2001.
- [2] Гельгор А.Л., Попов Е.А. Технология LTE мобильной передачи данных: учеб. пособие. Изд-во Политехн. ун-та. 2011. 204 с.
- [3] Cho Y. S. et al. MIMO-OFDM wireless communications with MATLAB. John Wiley & Sons, 2010.
- [4] E. de Carvahlo and D. T. M. Slock, "Semi-blind methods for FIR multichannel estimation," in Signal Processing Advances in Wireless and Mobile Communications, Giannakis, Hua, Stoica, and Tong, Eds. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 2000, pp. 211–254.
- [5] Dempster A.P., Laird N.M., Rubin D.B. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm //Journal of the royal statistical society: series B (methodological). 1977. vol. 39 (1), pp. 1-22.
- [6] Ma X., Kobayashi H., Schwartz S.C. EM-based channel estimation algorithms for OFDM //EURASIP Journal on Advances in Signal Processing. 2004. vol. 2004 (10). pp. 106272.
- [7] Moon T.K. The expectation-maximization algorithm //IEEE Signal processing magazine. 1996. vol. 13 (6). pp. 47-60.
- [8] 3GPP TS 36.211. Technical Specification Group Radio Access Network; Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); Physical channels and modulation (Release 8). 3GPP, 2009.
- [9] 3GPP TS 36.101. Technical Specification Group Radio Access Network; Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); User Equipment (UE) radio transmission and reception (Release 8). 3GPP, 2009.