

Алгоритм регрессионного синтеза топологий когерентных мультистатических антенных систем с заданными характеристиками

И. А. Зайцев

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

Ivan-za-2000@mail.ru

Аннотация. В последнее время в радиотехнике, радиолокации, радионавигации и радиосвязи часто начали экспериментировать с нестандартными топологиями антенных решёток и с технологией когерентных мультистатических антенных систем ММО. Данное исследование посвящено разработке алгоритма регрессионного итеративного размещения элементов антенных решёток для достижения заданных характеристик антенной системы.

Ключевые слова: радиофизика; ММО; антенные системы; мультистатические антенные системы; регрессионные алгоритмы; адаптивные алгоритмы

1. ПРИНЦИП СИНТЕЗА ФАЗОВЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Сперва следует определить локальную систему декартовых координат с нулевой координатой в фазовом центре антенной системы. В конкретном алгоритме положительное направление оси OX принимается за начальный вектор излучения/приёма антенны, а положительное направление оси OZ обращено строго в зенит. Такая формальность требуется, чтобы в дальнейшем говорить о понятиях азимутальная и угломестная плоскость.

Для описания положения элементов антенной системы применяется аппарат алгебры кватернионов. Кватернион, описывающий локальные координаты n -го элемента антенной системы:

$$q_n = i \cdot x_n + j \cdot y_n + k \cdot z_n,$$

где $[i, j, k]$ – мнимые единицы.

Угол сканирования антенны в данном случае аналогично удобно представить в виде кватерниона положения точки фокусировки:

$$\tilde{Q} = i \cdot \tilde{x} + j \cdot \tilde{y} + k \cdot \tilde{z},$$

где $[\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}]$ – декартовы координаты точки фокусировки.

Координаты точки фокусировки можно получить из требуемого угла сканирования:

$$\begin{cases} \tilde{x} = \cos(\xi) \cdot \cos(\psi) \\ \tilde{y} = \sin(\xi) \cdot \cos(\psi) \\ \tilde{z} = \sin(\psi) \end{cases}$$

где $[\xi, \psi]$ – азимутальный угол и угол места соответственно.

Схематично данные понятия показаны на рис. 1.

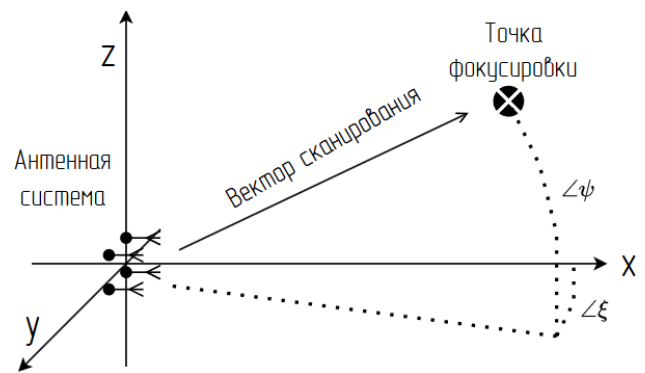


Рис. 1. Вектор сканирования, антенная система и точка фокусировки

Для упрощения дальнейших расчётов, необходимо нормировать кватернион положения точки фокусировки к единичной длине:

$$\tilde{Q} = \frac{\tilde{Q}}{\|\tilde{Q}\|} = \frac{i \cdot \tilde{x} + j \cdot \tilde{y} + k \cdot \tilde{z}}{\sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2 + \tilde{z}^2}}.$$

Если принять, что набег фазы Ω_n каждого узла когерентной мультистатической антенной системы представляет собой сумму начального набег фазы γ_n , вызванного неравномерностью положения узла по оси OX и набег фазы за счёт разности хода при ненулевом угле сканирования $\Delta\varphi_n$:

$$\Omega_n = \gamma_n + \Delta\varphi_n,$$

То множество $\Delta\varphi_n$ при конкретном угле сканирования образуются за счёт поворота плоского волнового фронта относительно фазового центра. Отслеживать поворот плоского волнового фронта целесообразно только в конечных точках – узлах антенной системы, как это показано на рис. 2.

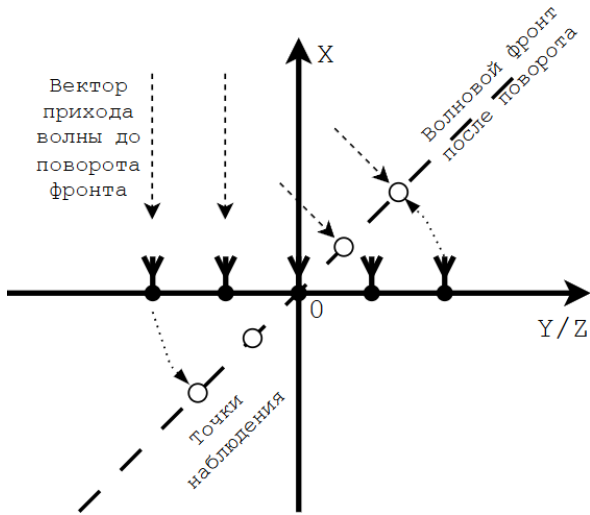


Рис. 2. Поворот волнового фронта

Точки не повернутого волнового фронта описываются кватернионами положения узлов антенной системы. Для описания положения тех же самых точек, но в повернутом волновом фронте целесообразно воспользоваться свойством кватернионов из линейной алгебры – гиперкомплексным аффинным поворотом массива точек. Тогда для положения каждой отслеживаемой точки повернутого волнового фронта можно рассчитать её кватернион q_n' :

$$q_n' = \tilde{Q}_{норм.} \cdot q_n \cdot \tilde{Q}_{норм.}^{-1},$$

где: \tilde{Q}^{-1} – в данном случае комплексно-сопряженный с \tilde{Q} кватернион.

Тогда для того, чтобы определить геометрическую разность хода необходимо найти норму вектора, перпендикулярного повернутому волновому фронту с от точки наблюдения до плоскости начального волнового фронта, как показано на рис. 3.

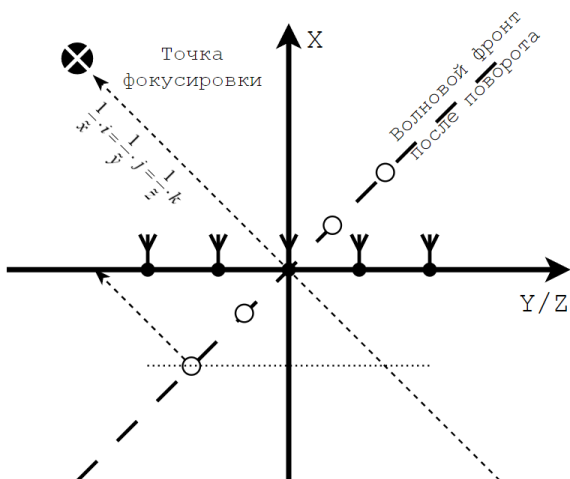


Рис. 3. Поворот волнового фронта

Перпендикуляром к повернутому волновому фронту является прямая, проходящая через фазовый центр и точку фокусировки. В каноническом виде такую прямую можно записать так:

$$\frac{1}{\tilde{x}} \cdot i = \frac{1}{\tilde{y}} \cdot j = \frac{1}{\tilde{z}} \cdot k,$$

Соответственно геометрическая разность хода будет выглядеть как норма следующего кватерниона:

$$Q_n^\phi = i \cdot x_n' + j \cdot \left(\tilde{y}_n \frac{x_n'}{\tilde{x}_n} \right) + k \cdot \left(\tilde{z}_n \frac{x_n'}{\tilde{x}_n} \right),$$

Далее геометрическая разность хода обозначается так:

$$D_n = \|Q_n^\phi\|$$

Набег фазы за счёт разности хода определится как частное геометрической разности хода и длины волны, однако также следует учесть и знак фазы. Если вектор, образуемый кватернионом Q_n^ϕ сонаправлен с вектором сканирования \tilde{Q} или $\tilde{Q}_{норм.}$, то знак набег фазы $\Delta\varphi_n$ положительный, иначе – отрицательный. Тогда фазовый набег от поворота волнового фронта будет:

$$\Delta\varphi_n = \text{sign}(x_n' - x_n) \frac{D_n}{\lambda}$$

Таким образом был сформулирован математический аппарат, применяемый в данном методе для синтеза фазовых распределений.

II. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА – ОЦЕНКА ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ

Для начала примем, что все набег фазы равны нулю. Это необходимо для оценки диаграммы направленности без учёта отклонения луча (вектора сканирования). Далее необходимо составить вектор реализаций сигналов, принимаемых элементами антенной системы.

$$\begin{bmatrix} \hat{s}_0(t) = A_0 \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot f \cdot t} + x_0(t) \\ \hat{s}_1(t) = A_1 \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot f \cdot t} + x_1(t) \\ \dots \\ \hat{s}_n(t) = A_n \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot f \cdot t} + x_n(t) \end{bmatrix},$$

где $\hat{s}_n(t)$ – реализация в узле антенной решётки, A_n – амплитуда сигнала, $x_n(t)$ – реализация шума.

В задаче оценки диаграммы направленности так же присутствуют азимутальный угол и угол места $[\xi, \psi]$. Аналогичным образом строятся кватернионы углов прихода сигналов:

$$\tilde{Q}_{\xi, \psi} = i \cdot \tilde{x}_{\xi, \psi} + j \cdot \tilde{y}_{\xi, \psi} + k \cdot \tilde{z}_{\xi, \psi}, \text{ где}$$

$$\begin{cases} \tilde{x}_{\xi, \psi} = \cos(\xi) \cdot \cos(\psi) \\ \tilde{y}_{\xi, \psi} = \sin(\xi) \cdot \cos(\psi) \\ \tilde{z}_{\xi, \psi} = \sin(\psi) \end{cases}$$

Соответственно для всех углов сканирования ξ, ψ для каждого узла антенной системы можно определить кватернион точки наблюдения повернутого на соответствующие углы ξ, ψ волнового фронта:

$$q'_{n, \xi, \psi} = \tilde{Q}_{норм.} \cdot q_n \cdot \tilde{Q}_{норм.}^{-1}.$$

Получается тензор с тремя измерениями – номер узла антенной системы, азимутальный угол и угол места. Соответственно для каждого элемента тензора требуется получить набег фазы:

$$\Delta\varphi_{n, \xi, \psi} = \text{sign}(x'_{n, \xi, \psi} - x_n) \frac{\|q'_{n, \xi, \psi}\|}{\lambda}.$$

Приведём фазу к комплексному виду с учётом амплитуды:

$$\hat{\Phi}_{n, \xi, \psi}(t) = e^{j \cdot 2\pi \cdot \Delta\varphi_{n, \xi, \psi}}.$$

Соответственно, умножив изначальный сигнал без фазового набега в каждом элементе антенной системы на комплексную фазу можно получить сигнал, приходящий с направления ξ, ψ . Тогда уровень приёма сигнала антенной системой с направления ξ, ψ можно определить как дисперсию суммарного сигнала со всех элементов антенной системы:

$$G_{\xi, \psi} = D \left(\sum_n \hat{\Phi}_{n, \xi, \psi}(t) \cdot \hat{s}_n(t) \right).$$

В сущности, $G_{\xi, \psi}$ является оценкой диаграммы направленности.

III. РЕГРЕССИОННЫЙ ПОИСК ТОПОЛОГИЙ

Необходимо обозначить численные оценки направленности антенной системы. Обычно оперируют параметром коэффициента направленного действия. В сущности, диаграмма направленности есть функция коэффициента направленного действия от углов ξ, ψ .

Для начала необходимо прийти к децибелам в функции направленности:

$$G_{\xi, \psi} = 20 \cdot \log_{10} \left[D \left(\sum_n \hat{\Phi}_{n, \xi, \psi}(t) \cdot \hat{s}_n(t) \right) \right]$$

Коэффициент направленного действия для данной антенной системы будет считаться как функция направленности при нулевых углах ξ, ψ . Ширину диаграммы направленности считают в секторе $\pm \pi$ по уровню -3 дБ от максимума, т.к. без явного наличия директоров и рефлекторов, а это в общем справедливо для любой плоской антенной решётки, излучения симметричны как в положительном, так и в отрицательном направлении вдоль оси излучения (в данном контексте вдоль оси 0x).

Также необходимо считать средний уровень боковых лепестков. Итого требуется определить:

1. Коэффициент направленного действия вдоль оси +0X;
2. Ширину диаграммы направленности по азимуту в диапазоне $+0X \pm \pi$ по уровню -3 дБ от максимума;
3. Ширину диаграммы направленности по углу места в диапазоне $+0X \pm \pi$ по уровню -3 дБ от максимума;
4. Средний уровень функции направленности $G_{\xi, \psi}$ в диапазоне $+0X \pm \pi$ не принадлежащих главному лучу – то есть средний уровень боковых лепестков.

При заданной топологии указанным в главе 1 методом эти параметры можно оценить численно. Точность определяется дискретностью углов ξ, ψ ;

Далее для поиска топологии антенной системы по заданным параметрам направленности необходимо ввести правила, согласно которым итеративно будут размещаться новые элементы антенной системы.

На первом шаге необходимо разместить минимум 3 элемента и целесообразно это делать с расстояниями между ними, равным половине или четверти длины волны;

Подбор размещения элементов целесообразно делать дискретно с интервалами, кратными долям длины волны;

На каждом шаге итеративно размещаются новые элементы антенной системы, при том переходить к следующему шагу можно только если не существует такого размещения, которое больше приближало бы диаграмму направленности к требуемым параметрам.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе был представлен алгоритм синтеза фазовых распределений на основе алгебры кватернионов, алгоритм оценки диаграммы направленности на основе алгебры кватернионов и алгоритм регрессионного итеративного размещения элементов антенных решёток для достижения заданных характеристик антенной системы. Было разработано соответствующее программное обеспечение, но ввиду высокой вычислительной сложности проверить алгоритм для числа элементов антенных решёток более 5 не удалось.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Сивов А.Ю., Алешин М.Г. Применение математического аппарата кватернионов для расчета фазового распределения в элементах фазированной антенной решетки //Перспективы развития информационных технологий. 2011. №. 6. С. 197-202.
- [2] Гордеев В.Н. Кватернионы и бикватернионы с приложениями в геометрии и механике. 2016.
- [3] Mailloux R.J. Phased array antenna handbook. Artech house, 2017.
- [4] Хансен Р.С. Фазированные антенные решетки. Изд. 2-е. 2012.
- [5] Гостюхин В.Л., Трусов В.Н., Гостюхин А.В. Активные фазированные антенные решетки // Радиотехника. 2011. Т. 30