

Повышение спектральной эффективности узкополосного канала связи на основе ортогонального базиса из финитных функций

В. Д. Коротченко

Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I

vladis147@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается модель синтеза ортогонального базиса на конечном временном интервале, основанная на импульсной характеристике идеального полосового фильтра. Предлагаемый подход ориентирован на узкополосные каналы с фиксированной полосой пропускания и обеспечивает строгое спектральное ограничение сигналов при сохранении их ортогональности во времени.

Ключевые слова: ортогональный базис; финитные функции; полосовой фильтр; спектральная эффективность; цифровая обработка сигналов

I. ВВЕДЕНИЕ

Рост требований к пропускной способности каналов связи при жёстко ограниченной полосе частот требует развития методов формирования сигнальных алфавитов, отличных от классических гармонических представлений. Повышение пропускной способности таких каналов без расширения спектра является одной из ключевых задач цифровой обработки сигналов. Классические методы модуляции, основанные на синусоидальных функциях и их линейных комбинациях, обладают ограниченной спектральной эффективностью и при практической реализации подвержены межсимвольной интерференции, обусловленной усечением бесконечных временных функций [1].

Теория связи и информационные модели канала показывают, что предельная скорость передачи информации достигается при использовании взаимно ортогональных собственных мод канала [2]. В непрерывных системах такими модами традиционно выступают гармонические функции, однако в реальных условиях передачи и приёма сигналов всегда имеет место конечный интервал наблюдения, что нарушает строгую ортогональность синусоидальных базисов и приводит к искажениям спектра.

Альтернативным направлением является синтез конечномерных ортогональных базисов, строго ограниченных во времени и частоте. Такие базисы позволяют более адекватно учитывать реальные условия функционирования канала и обеспечивать лучшую локализацию сигналов в канале связи [3].

Особый интерес данный подход представляет для узкополосных каналов, в которых спектр сигнала изначально смещён относительно нулевой частоты. В качестве характерного примера исследуется канал тональной частоты с полосой 300–3400 Гц и длительностью информационного кадра 10 мс.

Целью работы является повышение эффективности использования полосы узкополосного канала связи за счёт синтеза ортогонального базиса на основе импульсной характеристики (ИХ) идеального полосового фильтра (ПФ) и исследование его свойств в условиях аддитивного гауссовского шума.

II. СИНТЕЗ ОРТОГОНАЛЬНОГО БАЗИСА

В основе предлагаемого способа лежит ИХ идеального ПФ, приведенная в выражении (3), формируемая как разность ИХ идеальных фильтров верхних (выражение 1) и нижних частот (выражение 2). Полученная функция является финитной на заданном интервале времени, имеет нулевое среднее значение и строго ограниченный спектр в пределах полосы канала.

$$h_v(t) = \sin c \left(2fv \left(t - \left(\frac{T}{2} - \frac{k}{2fv} \right) \right) \right) \cos \left(\frac{\pi}{T} \left(\frac{T}{2} - \frac{k}{2fv} \right) \right) \quad (1)$$

$$h_n(t) = \sin c \left(2fn \left(t - \left(\frac{T}{2} - \frac{k}{2fn} \right) \right) \right) \cos \left(\frac{\pi}{T} \left(\frac{T}{2} - \frac{k}{2fn} \right) \right) \quad (2)$$

$$h_b(t) = (1 + k_n) \cdot h_v(t) - k_n \cdot h_n(t) \quad (3)$$

Ортогональность базисных функций достигается за счёт их временного сдвига на фиксированный интервал, равный половине периода наивысшей частоты спектра. В дискретной форме данный сдвиг соответствует целому числу отсчётов при заданной частоте дискретизации. Для частоты дискретизации 34 кГц и верхней граничной частоты 3,4 кГц период ортогональности составляет пять отсчётов. Общее число взаимно ортогональных функций, размещаемых на интервале 10 мс, определяется как отношение длительности кадра к периоду ортогональности и составляет 66. Каждая функция может использоваться для передачи одного бита информации при двухуровневой манипуляции, что обеспечивает канальную скорость 6,6 кбит/с.

На рис. 1 приведен график ИХ смоделированного идеального ПФ и график его АЧХ. Из графиков видно, что АЧХ ограничена в полосе 300–3400 Гц, а импульс во временной области имеет колоколообразную форму и затухает к границам интервала.

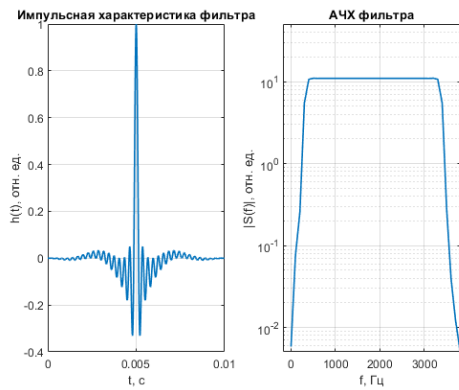


Рис. 1. Импульсная характеристика (ИХ) полосового фильтра для канала ТЧ и его АЧХ для $T=10$ мс

Для подтверждения ортогональности синтезированного базиса вычисляется ковариационная матрица базисных функций и её нормированная форма. Результаты моделирования показывают, что произведение нормированной ковариационной матрицы на её обратную даёт единичную матрицу, что свидетельствует о строгой ортогональности системы.

В спектральной области это означает отсутствие перекрытия спектров базисных функций и, как следствие, отсутствие остаточной межсимвольной интерференции. Спектр сигналов полностью укладывается в полосу 300–3400 Гц, что подтверждает корректность выбранного метода синтеза.

III. ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ПЕРЕДАЧИ

Для подтверждения работоспособности предложенного ортогонального базиса было проведено компьютерное моделирование процесса передачи цифровых данных в полосе тональной частоты. В качестве передаваемой информации формировалась случайная двоичная последовательность длиной 66 бит, что соответствует числу информационных символов, передаваемых за один временной кадр. На приёмной стороне реализован согласованный приём, основанный на использовании того же набора базисных функций. Принятый сигнал скалярно умножался на каждый из базисных векторов, что благодаря их ортогональности обеспечивало выделение соответствующих информационных символов и минимизацию взаимных помех между ними.

Моделирование проводилось в среде MATLAB и представляло собой численный эксперимент для канала тональной частоты с ограниченной полосой пропускания и аддитивным белым гауссовским шумом. В рамках модели задавались параметры полосы частот, частоты дискретизации и уровни шума. Далее формировался порождающий импульс полосового фильтра, из которого путём временных сдвигов строилась матрица базисных функций. Полученный базис подвергался ортонормированию, что обеспечивало единичную энергию каждой функции и их взаимную ортогональность.

После синтеза передаваемого сигнала выполнялось моделирование идеального приёма и воздействия шума в решающем домене. Оценка вероятности битовой ошибки производилась методом Монте-Карло, а также вычислялись производные показатели эффективности,

включая полезную скорость передачи и спектральную эффективность. Для наглядности визуализировались ключевые этапы моделирования: форма сигнального кадра, структура ортогонального базиса, спектральные характеристики сигналов и зависимости вероятности ошибки от отношения сигнал/шум. Результаты моделирования синтеза ортогонального базиса и оценки эффективности передачи представлены на рис. 2–3.

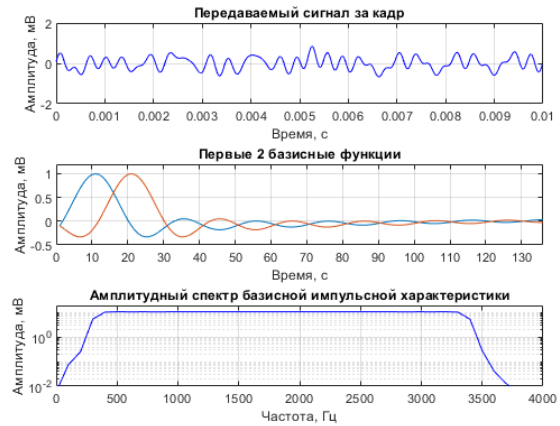


Рис. 2. Синтез базиса на основе ИХ идеального полосового фильтра (а) Верхний график — передаваемый сигнал за один кадр (б) Средний график — первые две ортонормированные базисные функции (в) Нижний график — АЧХ полосового фильтра.

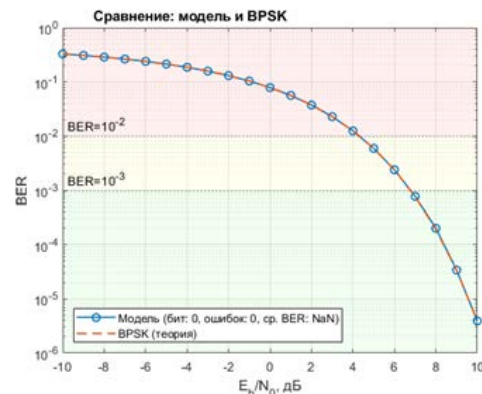


Рис. 3. Результаты моделирования предложенного базисного и теоретическая кривая BPSK в AWGN; показаны эксплуатационные зоны по уровням BER. Приведена теоретическая кривая — по формулам для BPSK при АБГШ

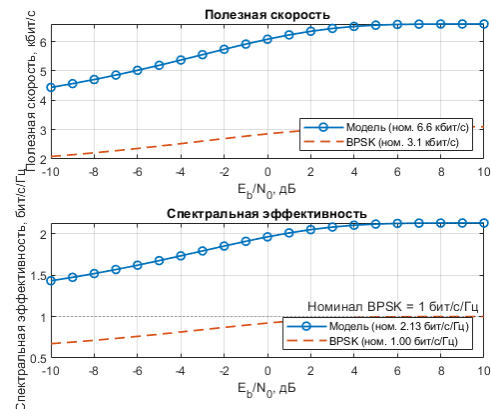


Рис. 4. Синтез базиса на основе ИХ идеального полосового фильтра (а) Верхний график — полезная скорость передачи в кбит/с для модели и эталонной BPSK (б) Нижний график — Спектральная эффективность в бит/с/Гц для модели и BPSK с ориентирами по номинальным значениям

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В текущей версии модели рассматривалась только двоичная модуляция и канал с аддитивным белым гауссовским шумом без памяти. Эффекты многолучевого распространения, замираний, рассинхронизации несущей, а также применение канального кодирования не учитывались и предполагаются предметом дальнейших исследований.

Показано, что за счёт формирования системы взаимно ортогональных финитных функций возможно одновременное размещение до 66 базисных компонент в заданной полосе, что соответствует спектральной эффективности порядка 2,2 бит/с/Гц. Результаты компьютерного моделирования подтверждают сохранение помехоустойчивости на уровне BPSK при значительном выигрыше по скорости передачи. Полученные результаты демонстрируют перспективность применения ортогональных финитных базисов для повышения эффективности узкополосных цифровых каналов без расширения занимаемого спектра.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Егоров В.В., Лобов С.А., Ходаковский В.А. Синтез последовательностей с идеальными автокорреляционными свойствами // Автоматика на транспорте. 2022. Т. 8, № 11. С. 78–89.
- [2] Жук А.П., Стогний К.В., Копытов В.В., Макаров И.В. Методика получения ансамблей дискретных ортогональных кодовых последовательностей с улучшенными автокорреляционными функциями // Системы управления, связи и безопасности. 2025. № 1. С. 48–78.
- [3] Лобеев Д.П., Билятдинов К.З. Научно-технические предложения по проектированию радиосетей стандарта LTE-1800 TDD // Электронный научный журнал «Век качества». 2025. №2. С. 301–312. Режим доступа: <https://www.agequal.ru/pdf/2025/225014.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ.
- [4] Ходаковский В.А., Коротченко В.Д. Синтез ортогонального базиса на конечном временном интервале для цифровой обработки сигналов с ограниченным спектром // Интеллектуальные технологии на транспорте. 2025. № 2 (42). С. 71–82. DOI: 10.20295/2413-2527-2025-242-71-82
- [5] Ходаковский В.А., Коротченко В.Д. Анализ и синтез ортогонального базиса на конечном временном интервале для цифровой обработки сигналов с ограниченным спектром // Современное состояние и перспективы развития инфокоммуникационных сетей связи спецназначения: сборник научных трудов. Санкт-Петербург, 2025. С. 234–238.
- [6] Ходаковский В.А., Коротченко В.Д. Способ синтеза ортогонального базиса для передачи цифровой информации в узкополосном канале связи с воздействием аддитивного белого гауссовского шума // Свидетельство о регистрации программы на ЭВМ. № 2025687085.